

2012年度

N_a 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はI・IIとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 3つの2次正方行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & z \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ があり,

$AB = CA$ が成立している. このとき, 次の問(i)~(iv)に答えよ.

(i) a, x, y, z の値を求めよ.

(ii) (i)で求めた a の値を用いて, A^{-1} を求めよ.

(iii) (i)で求めた x, y, z の値を用いて, 自然数 n に対し, B^n を求めよ.

(iv) 自然数 n に対し, C^n を求めよ.

II. 関数 $y = \frac{1}{x}$ のグラフの $x > 0$ の部分を曲線 C とする. 実数 t は $0 < t < 1$ をみたすものとし, C 上に点 $P\left(t, \frac{1}{t}\right)$ をとる. このとき, 次の問(i)~(v)に答えよ.

(i) 曲線 C 上の点 $A(1, 1)$ における接線 l の方程式を求めよ.

(ii) 点 P を通り直線 l と平行な直線を m とし, 直線 m と曲線 C の共有点で点 P と異なる点を Q とする. 点 Q の座標を求めよ.

(iii) 原点を O とし, 2つの線分 OP , OQ および曲線 C で囲まれた部分の面積を S とする. 面積 S を t で表せ.

(iv) 点 P を通り y 軸に平行な直線, 点 Q を通り y 軸に平行な直線, 曲線 C , および x 軸で囲まれた部分が, x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を V とする. 体積 V を t で表せ.

(v) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{S}{V}$ を求めよ.

【以下余白】

