

2011年度

I a 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はI・IIとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$ とするとき、座標平面上の曲線 $y = f(x)$ について、次の問 (i)~(iv)に答えよ.

(i) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点を求めよ.

(ii) 点 $(t, f(t))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線の方程式を求めよ.

(iii) 曲線 $y = f(x)$ の接線で点 $(1, a)$ を通るものがちょうど3本あるような a の範囲を求めよ.

(iv) 曲線 $y = f(x)$ の接線で点 $(1, a)$ を通るものがちょうど2本あるような最小の a に対して、2本の接線と曲線 $y = f(x)$ で囲まれる部分の面積を求めよ.

II. 座標平面上の直線 l を $y = 2x$, 直線 m を $y = -\frac{x}{2}$ とする. このとき, 次の問 (i)~(iii)に答えよ.

(i) 点 $P(x, y)$ に対し, P を通り l に垂直な直線と l との交点を $Q(x', y')$ とする. また, P を通り m に垂直な直線と m との交点を $R(x'', y'')$ とする. このとき,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

が成り立つような行列 A, B を求めよ.

(ii) A, B を (i) で求めた行列とする. このとき, 行列 $C = \begin{pmatrix} \frac{14}{5} & -\frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{11}{5} \end{pmatrix}$ に

対して $C = \alpha A + \beta B$ をみたす実数 α, β を求めよ.

(iii) n を自然数とするととき, C^n を求めよ.

【以下余白】

