2016年度

H　数　学　問　題

注　意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません．
2．解答用紙はすべて**ＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシル**で記入することになっています．ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください．（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません．）
3．この問題冊子は**8ページ**までとなっています．試験開始後，ただちにページ数を確認してください．なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています．
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください．なお，出席票は切り離さないでください．
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません．
6．解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください．
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください．
8．この問題冊子は持ち帰ってください．

Ⅰ．次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ．

（ⅰ）$0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲で，$\cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta = 0$ を満たす θ をすべて求めると

$\theta =$ $\boxed{\text{ア}}$ である．

（ⅱ）10本のくじのうち当たりくじは n 本である．同時に2本のくじを引いたとき，2本ともはずれである確率は $\dfrac{1}{15}$ であった．このとき，$n =$ $\boxed{\text{イ}}$ である．

（ⅲ）$\mathrm{AB} = 20$，$\mathrm{BC} = 24$，$\mathrm{AC} = 16$ である三角形ABCにおいて，∠Aの二等分線がBCと交わる点をDとする．このとき，$\mathrm{BD} =$ $\boxed{\text{ウ}}$ である．

（ⅳ）頂点が反時計回りにABCDEFである正六角形について，$\overrightarrow{\mathrm{FB}} = a\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} + b\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と表したとき，$a =$ $\boxed{\text{エ}}$，$b =$ $\boxed{\text{オ}}$ である．ただし，a と b は実数とする．

（ⅴ）$(3 + i)(x + yi) = 6 + 5i$ を満たす実数 x，y を求めると，$x =$ $\boxed{\text{カ}}$，$y =$ $\boxed{\text{キ}}$ である．ただし，i は虚数単位とする．

（ⅵ）直線 l に関して点（3，2）と対称な点は（1，4）である．このとき，直線 l の方程式を $ax + by = 1$ とすると，$a =$ $\boxed{\text{ク}}$，$b =$ $\boxed{\text{ケ}}$ である．

（ⅶ）975の正の約数の個数は $\boxed{\text{コ}}$ 個である．

（ⅷ）$-1 \leqq x \leqq 5$ の範囲で，関数 $f(x) = \displaystyle\int_{-3}^{x}(t^2 - 2t - 3)\,dt$ が最小値をとるのは $x =$ $\boxed{\text{サ}}$ のときである．

II. a を正の実数とし，数列 $\{a_n\}$ を次で定義する．

$$a_1 = a,\ a_{n+1} = 1 + \frac{2}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

このとき，次の問(ｉ)～(ｖ)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと．

(ｉ) a_2，a_3，a_4 をそれぞれ分子と分母が a の整式となっている分数式で表せ．

(ii) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = (-1)^n a_1 a_2 \cdots a_n$ により定めるとき，b_1，b_2，b_3，b_4 をそれぞれ a を用いて表せ．

(iii) b_{n+1} と b_n を用いて b_{n+2} を表せ．

(iv) 数列 $\{c_n\}$ を $c_n = b_{n+1} - b_n$ により定めるとき，n と a を用いて c_n を表せ．

(ｖ) $a = 1$ のとき，b_n を n を用いて表せ．また，a_n を n を用いて表せ．

Ⅲ．放物線 C：$y = x^2$ と直線 l：$y = kx + k$ $(k > 0)$ に対し，放物線 C と直線 l の2個の交点をA$(a,\ a^2)$，B$(b,\ b^2)$ $(a < b)$ とする．さらに，点Aにおける放物線 C の接線を m_1，点Bにおける放物線 C の接線を m_2 とする．このとき，次の問(i)～(v)に答えよ．解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと．

(i) 直線 m_1 の方程式を a を用いて表せ．また，直線 m_2 の方程式を b を用いて表せ．

(ii) a と b をそれぞれ k を用いて表せ．

(iii) 2つの直線 m_1 と m_2 の交点をD$(p,\ q)$ とするとき，p と q のそれぞれを k を用いて表せ．

(iv) 放物線 C と直線 l で囲まれた図形の面積 T を k を用いて表せ．

(v) 2点E$(a,\ q)$，F$(b,\ q)$ をとる．三角形AEDと三角形BFDの面積の和 S を k を用いて表せ．また $\dfrac{S}{T}$ を求めよ．

【以下余白】