立教大学　社会学部
福祉学科
映像身体学科

2019年度

O　数　学　問　題

注　意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2．解答用紙はすべて**ＨＢの黒鉛筆またはＨＢの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。ＨＢの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3．この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後，ただちにページ数を確認してください。なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお，出席票は切り離さないでください。
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません。
6．解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください。
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください。
8．この問題冊子は持ち帰ってください。

Ⅰ. 次の空欄ア～スに当てはまる数または式を記入せよ。

(i) 放物線 $y = 3x^2 + 6x + 2$ を x 軸方向に 2，y 軸方向に -1 だけ平行移動した放物線の方程式を定数 a，b，c を用いて $y = ax^2 + bx + c$ と表せば，$a =$ ア ，$b =$ イ ，$c =$ ウ となる。

(ii) $\sqrt{6} + 3$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，$a^2 + b^2$ の値は エ である。

(iii) 3次式 $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a，b，c，d は定数) が，$0 \leqq \theta < 2\pi$ において常に $P(\cos\theta) = \cos 3\theta$ を満たすならば，$a =$ オ ，$b =$ カ ，$c =$ キ ，$d =$ ク である。

(iv) $\log_4(3x - 2) = \log_{16}(6x^2 - 9x + 10)$ のとき $x =$ ケ である。

(v) 当たりくじを含んだ 12 本のくじから同時に 2 本のくじを引くとき，2 本とも当たりくじである確率は $\dfrac{6}{11}$ であるとする。このとき，当たりくじの本数は コ 本である。

(vi) 実数 x に対して $f(x) = \displaystyle\int_0^x (t^2 + t)\,dt$ とするとき，$f(x)$ の極大値と極小値の差は サ である。

(vii) 座標空間の 3 点 A(2，3，5)，B(0，4，4)，C(3，4，7) に対して，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ のなす角を θ ($0° \leqq \theta \leqq 180°$) とするとき，$\theta =$ シ ° である。

(viii) n を自然数とする。4 個の値 5，$n + 3$，$n - 1$，$2n + 1$ からなるデータの標準偏差が $\sqrt{21}$ であるとき，$n =$ ス である。

Ⅱ．t は実数で，$-1 < t < 1$ とする。座標平面上の3点O$(0,\ 0)$，A$(1,\ 0)$，B$(1,\ 2)$ を頂点とする三角形OABおよびその内部を領域 D とする。3点P$(t,\ 0)$，Q$(t+1,\ 0)$，R$(t,\ 2)$ を頂点とする三角形PQRおよびその内部を領域 E とし，D と E に共通する部分の面積を $S(t)$ とする。また，直線OBと直線QRの交点をTとする。このとき，次の問(i)～(iv)に答えよ。解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i)　Tの座標を t を用いて表せ。

(ii)　D と E に共通する部分が三角形となる t の範囲を求めよ。また，そのときの $S(t)$ を t の式で表せ。

(iii)　D と E に共通する部分が三角形とならない t の範囲を求めよ。また，そのときの $S(t)$ を t の式で表せ。

(iv)　$S(t)$ の最大値とそのときの t の値をそれぞれ求めよ。

Ⅲ. 次のように区画に分けられた，有理数からなる数列（群数列）がある。自然数 m に対して，第 m 番目の区画に含まれる m 個の項を第 m 群とよぶ。

$$\underset{\text{第1群}}{\frac{3}{1}} \;\Big|\; \underset{\text{第2群}}{\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}} \;\Big|\; \underset{\text{第3群}}{\frac{3}{3},\ \frac{5}{3},\ \frac{7}{3}} \;\Big|\; \cdots \;\Big|\; \underset{\text{第 } m \text{ 群}}{\frac{3}{m},\ \frac{5}{m},\ \cdots,\ \frac{2m+1}{m}} \;\Big|\; \cdots$$

このとき，次の問(ｉ)～(ｖ)に答えよ。解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ｉ) 第1群から第 m 群までに含まれる項の総数を m を用いて表せ。

(ii) 第 m 群に含まれる項の和を A_m とする。A_m を m を用いて表せ。

(iii) (ii)の A_m に対して，$A_1 + A_2 + \cdots + A_m$ を m を用いて表せ。

(iv) 第 40 項は第何群に含まれるかを求めよ。また，初項から第 40 項までの和を S_{40} とするとき，S_{40} の値を求めよ。

(ｖ) 初項から第 n 項までの和を S_n とする。$S_n \leqq 50$ を満たす最大の自然数 n を求めよ。

【以下余白】