

2020年度

A 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I . 次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ。

(i) $O(0, 0)$ を原点とする座標平面上に点 $P(2, a)$, 点 $Q(-4, b)$ がある。

ただし, $a > 0, b > 0$ とする。 $\angle POQ$ を直角とする三角形 OPQ の面積が 8 である

とき, $a =$, $b =$ である。

(ii) $\log_4(x + 13) = \log_2(x + 1)$ を満たす実数 x は である。

(iii) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{2}$ のとき, $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ の値は である。

(iv) 点 $(0, -\frac{1}{4})$ を通り, 曲線 $y = x^3 - 3x$ に接する直線の傾きは である。

(v) 放物線 $y = -4x^2 + 12x + 3$ を x 軸方向に -4 , y 軸方向に $+1$ 平行移動し

て得られる放物線の頂点の座標は である。

(vi) 次のように整数からなるデータがある。これらの平均値が 20 で, 最頻値が 20 だけ

であるとき, 中央値は である。

12, 18, 20, x , y , 35

(vii) 1 個のさいころを 3 回投げるとき, 1 の目が少なくとも 1 回出て, かつ 5 の目も少

なくとも 1 回出る確率は である。

(viii) 次の式が x についての恒等式となるとき, $a =$, $b =$,

$c =$ である。

$$\frac{x}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x-1)} + \frac{c}{(x+1)}$$

II. 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) に対し, $f_n(x) = a_n x^2 + b_n x + 1$ とおく。

また, $a_1 = 3$, $b_1 = 1$ とする。 c を定数として, すべての自然数 n に対して,

$$f_{n+1}(x) = 3 \int_0^x f_n(t) dt - (x + c) f_n(x)$$

が x についての恒等式となるとき, 次の問(i)~(v)に答えよ。解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) すべての自然数 n に対して,

$$3 \int_0^x f_n(t) dt = p_n x^3 + q_n x^2 + r_n x + s_n$$

が x についての恒等式となるとき, p_n , q_n を a_n , b_n を用いて表わせ。

(ii) c の値を求めよ。

(iii) b_{n+1} を b_n を用いて表せ。

(iv) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(v) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

Ⅲ. 100 以下の自然数全体の集合を X とおく。このとき、次の問 (i)~(v) に答えよ。

解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと。

- (i) X に属する数の中で、2 で割り切れないものの和を求めよ。
- (ii) X に属する数の中で、3 で割り切れるものの和を求めよ。
- (iii) X に属する数の中で、3 で割り切れるが、2 で割り切れないものの和を求めよ。
- (iv) X に属する数の中で、2 または 3 で割り切れるものの和を求めよ。
- (v) X に属する数の中で、2, 3, 5 の少なくとも 1 つで割り切れるものの和を求めよ。

【以下余白】

