

2016年度

# 0 数 学 問 題

## 注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～クに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) 赤と青の2色を両方とも必ず用いて、正四面体の各面を塗り分ける場合の数は

ア 通りである. ただし、回転して一致する場合は同じものとみなす.

(ii)  $n$  を  $1 \leq n \leq 16$  を満たす整数とする.  $5n$  を 17 で割ったときの余りが 1 となる

とき、 $n =$  イ である.

(iii)  $A = \log_4 120 - \log_4 6 - \log_4 10$  を計算すると、 $A =$  ウ である.

(iv)  $k$  を実数とし、2次方程式  $x^2 + kx - 1 = 0$  の2つの解を  $\alpha$ 、 $\beta$  とする. 2次

方程式  $x^2 - (k+4)x + 1 = 0$  が2つの解  $\alpha^2$  と  $\beta^2$  を持つとき、 $k$  の値をすべ

て求めると、 $k =$  エ である.

(v)  $a$ 、 $b$  を実数とする.  $x$  の2次式  $f(x)$  が、 $x^2 f'(x) - f(x) = x^3 + ax^2 + bx$

を満たすとき、 $a + b =$  オ である.

(vi) 三角形ABCの辺の長さがそれぞれ  $AB = 2$ 、 $BC = 3$ 、 $CA = 4$  のとき、三角形

ABCに内接する円の半径は カ である.

(vii)  $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$  において、 $\tan \theta = 2$  が成り立つとき、 $\cos \theta =$  キ である.

(viii) 曲線  $y = x^3 - x^2 + x + 1$  と曲線  $y = x^3 - 2x^2 + 5x - 2$  で囲まれた図形の面

積は ク である.

II.  $a$  を正の整数とし, 数列  $\{b_n\}$  を

$$b_1 = 1, b_2 = a, b_{n+2} = b_{n+1} + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める. さらに,  $n \geq 2$  に対して, 数列  $\{c_n\}$  を

$$c_n = b_{n+1}b_{n-1} - b_n^2 \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

と定める.

このとき, 次の問(i)~(v)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i)  $b_3, b_4, b_5$  をそれぞれ  $a$  を用いて表せ.

(ii)  $c_2, c_3, c_4$  をそれぞれ  $a$  を用いて表せ.

(iii)  $c_n$  を  $b_{n-1}$  と  $b_{n-2}$  を用いて表せ. また,  $c_{n-1}$  を  $b_{n-1}$  と  $b_{n-2}$  を用いて表せ.

(iv)  $c_n$  を  $c_{n-1}$  を用いて表せ.

(v) 2以上のすべての整数  $n$  について,

$|c_n| = 1$  が成り立つような  $a$  をすべて求めよ.

Ⅲ.  $a$  を  $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$  を満たす実数とする. このとき, 関数  $f(x) = |x^2 - 2ax|$  につい

て, 次の問(i)~(v)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i)  $a = \frac{1}{4}$  のときの,  $0 \leq x \leq 1$  における  $f(x)$  の最大値を求めよ.

また,  $a = \frac{4}{9}$  のときの,  $0 \leq x \leq 1$  における  $f(x)$  の最大値を求めよ.

(ii)  $f(a) = f(1)$  となる  $a$  の値を  $A$  とする. このとき,  $A$  を求めよ.

(iii)  $0 \leq a \leq A$  とする.  $0 \leq x \leq 1$  における  $f(x)$  の最大値を  $a$  を用いて表せ.

(iv)  $A \leq a \leq \frac{1}{2}$  とする.  $0 \leq x \leq 1$  における  $f(x)$  の最大値を  $a$  を用いて表せ.

(v)  $0 \leq x \leq 1$  における  $f(x)$  の最大値を  $a$  の関数として,  $M(a)$  で表す.

$0 \leq a \leq \frac{1}{2}$  における  $M(a)$  の最小値を求めよ.