2012 年度入学試験問題

デザイン工学部A方式Ⅰ日程・理工学部A方式Ⅰ日程
生命科学部A方式Ⅰ日程

2　限　数　　学　(90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答しなさい。指定されていない問題を解答した場合，採点の対象としませんので注意しなさい。
4. 問題文は 4 ページから 17 ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1)　解答上の注意

問題文中の ア，イ，ウ … のそれぞれには，特に指示がないかぎり，－（マイナスの符号），または 0 ～ 9 までの数が 1 つずつ入ります。当てはまるものを選び，マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし，分数の形で解答が求められているときには，符号は分子に付け，分母・分子をできり限り約分して解答しなさい。

また，根号を含む形で解答が求められているときには，根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔例〕

$\dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウエ}}$ に $\dfrac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには，以下のようにマークしなさい。

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	⊖	⓪	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	⓪	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

〔Ⅰ〕

(1) 三角形ABCにおいて，$AB = \sqrt{3}$，$\angle C = 60^\circ$であり，$\angle A = \theta$とおく。

三角形ABCの外接円の半径は $\boxed{ア}$ である。a，bを定数として

$$AC = a\cos\theta + b\sin\theta$$

と表すと，$a = \boxed{イ}$，$b = \boxed{ウ}$ である。

ただし，$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ウ}$ については，以下の⓪～⑧からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

⓪ $\dfrac{1}{2}$　① 1　② 2　③ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　④ $\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{2}$　⑥ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　⑦ $\sqrt{3}$　⑧ $2\sqrt{3}$

次に，$\theta = 45^\circ$とするとき，$BC = \boxed{エ}$ であり，三角形ABCの面積は $\dfrac{\boxed{オ} + \sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}$ である。

ただし，$\boxed{エ}$ については，上の⓪～⑧から1つを選べ。

(〔Ⅰ〕の問題は次ページに続く。)

(2) 行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

とするとき，$A^{-1} = \dfrac{1}{\boxed{\text{ク}}} \begin{pmatrix} 1 & \boxed{\text{ケ}} \\ \boxed{\text{コサ}} & \boxed{\text{シ}} \end{pmatrix}$，$A^5 = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ス}} & \boxed{\text{セ}} \\ \boxed{\text{ソタ}} & \boxed{\text{チ}} \end{pmatrix}$ である。

〔Ⅱ〕

3直線 $5x-3y+2=0$，$4x+y-12=0$，$x-4y-3=0$ を，それぞれ ℓ_1，ℓ_2，ℓ_3 とする。

(1) ℓ_1 と ℓ_2 は点A$\left(\boxed{ア}, \boxed{イ}\right)$で，$\ell_1$ と ℓ_3 は点B$\left(\boxed{ウエ}, \boxed{オカ}\right)$で，$\ell_2$ と ℓ_3 は点C$\left(\boxed{キ}, \boxed{ク}\right)$でそれぞれ交わる。

三角形ABCの重心の座標は $\left(\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}, \boxed{サ}\right)$ であり，$\angle \mathrm{BAC}=\dfrac{\pi}{\boxed{シ}}$ である。

(2) 点 (x, y) が連立不等式

$$\begin{cases} 5x-3y+2 \geqq 0 \\ 4x+y-12 \leqq 0 \\ x-4y-3 \leqq 0 \end{cases}$$

を満たすとき，$y-x^2$ は，$(x, y)=\left(\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}, \dfrac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チツ}}\right)$ において最大値 $\dfrac{\boxed{テト}}{\boxed{ナニ}}$ をとり，$(x, y)=\left(\boxed{ヌ}, \boxed{ネ}\right)$ において最小値 $\boxed{ノハ}$ をとる。

(計　算　用　紙)

〔Ⅲ〕

平行四辺形PQRSにおいて，対角線PRの長さをx，対角線QSの長さをyとおく。

x，yが，$x \geqq y > 0$，$x + y = 3xy$を満たすとする。$t = x + y$とおくと，x，yはzに関する2次方程式

$$z^2 - tz + \frac{t}{3} = 0$$

の2つの解であるから，tのとり得る値の範囲は$t \geqq \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$である。

$$|\overrightarrow{PR}|^2 + |\overrightarrow{QS}|^2 = t^{\boxed{ウ}} - \frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}t$$

である。

（〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。）

ここで，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{PS}}=\vec{b}$ とおくと，$\overrightarrow{\mathrm{PR}}$，$\overrightarrow{\mathrm{QS}}$ は $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表される。

したがって，$|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2$ は $t=\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ のとき最小値 $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ をとる。

一方，$|\overrightarrow{\mathrm{PR}}|^2-|\overrightarrow{\mathrm{QS}}|^2$ を計算すると，

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{t}{\boxed{コ}}\sqrt{t^{\boxed{サ}}-\frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}t}$$

となる。$\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値が最小となるとき，その値は $\boxed{セ}$ であり，$x=\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$ である。

次の問題〔Ⅳ〕は，デザイン工学部システムデザイン学科，生命科学部生命機能学科生命機能学専修のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅳ〕

p，q を定数とする。

$$f(x) = x^2 - 2^p x + 3 \cdot 2^q$$

とし，２次方程式 $f(x) = 0$ の２つの解を α，β とおく。

(1)　$\alpha = \sqrt{2}$，$\beta = 3\sqrt{2}$ のとき，$p = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$，$q = \boxed{ウ}$ である。

(2)　$p = q + 1$，$\alpha = \beta$ のとき，$p = \log_2 \boxed{エ}$，$\alpha = \boxed{オ}$ である。

(3)　３次関数 $y = xf(x)$ が極値をもつのは，$2p - q > \log_2 \boxed{カ}$ のときである。

(4)　$S = \displaystyle\int_0^3 f(x)\,dx$ とおく。

$$S = \boxed{キ}\left(\boxed{ク} - 2^{p-\boxed{ケ}} + 2^q\right)$$

であり，p，q を整数とすると，$S = 0$ となるのは，$p = \boxed{コ}$，$q = \boxed{サ}$ のときである。

(計　算　用　紙)

次の問題〔V〕は，デザイン工学部システムデザイン学科，生命科学部生命機能学科生命機能学専修のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔V〕

数列 $\{a_n\}$ は，$a_1 = 5$ であり，n が偶数のときは $a_n - a_{n-1} = 3$，n が 3 以上の奇数のときは $a_n - a_{n-1} = n$ を満たしているとする。

(1) $a_5 = \boxed{\text{アイ}}$，$a_8 = \boxed{\text{ウエ}}$ である。

(2) m を自然数として，$n = 2m - 1$ とおく。

$m \geqq 2$ のとき，$a_n - a_{n-2} = \boxed{\text{オ}}$ であり，$a_n = m^2 + \boxed{\text{カ}}\, m + \boxed{\text{キ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{オ}}$ については，以下の ⊖～⑨ から 1 つを選べ。

⊖ 3	⓪ 6	① m	② $m+1$
③ $m+2$	④ $m+3$	⑤ $m+4$	⑥ $2m$
⑦ $2m+1$	⑧ $2m+2$	⑨ $2m+3$	

(3) m を自然数として，$n = 2m$ とおく。

$m \geqq 2$ のとき，$a_n = m^2 + \boxed{\text{ク}}\, m + \boxed{\text{ケ}}$ である。

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

(4)　$a_n \geqq 900$ となるような n の最小値は $\boxed{\text{コサ}}$ である。

(5)　m を自然数とする。

$$\sum_{n=1}^{2m} a_n = \frac{\boxed{\text{シ}}\,m^3 + \boxed{\text{スセ}}\,m^2 + \boxed{\text{ソタ}}\,m}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

次の問題〔Ⅵ〕は，デザイン工学部都市環境デザイン工学科，理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅵ〕

対数は自然対数として，

$$f(x)=3x^2+x+\log(x+1) \qquad (x>-1)$$

とおき，曲線 $y=f(x)$ を C とする。

(1) $f(x)$ が極値をとるときの x の値は，小さい順に $\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ である。$f(x)$ の極大値は $\boxed{ウ}-\log\boxed{エ}$ である。また，C の変曲点の x 座標は

$$\boxed{オ}+\frac{\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{カ}}$$ である。

ただし，$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{オ}$ については，以下の㊀～⑨からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

㊀ -1　⓪ 0　① 1　② 2　③ 3　④ $-\frac{2}{3}$

⑤ $-\frac{1}{2}$　⑥ $-\frac{1}{4}$　⑦ $\frac{1}{4}$　⑧ $\frac{1}{2}$　⑨ $\frac{2}{3}$

(2) C の接線の傾きが2であるとき，接点の x 座標は $\boxed{キ}$，$\frac{\boxed{クケ}}{\boxed{コ}}$ であり，原点を通らない接線の y 切片は $\frac{\boxed{サシ}}{\boxed{スセ}}-\log\boxed{ソ}$ である。

(3) $\int_0^2 f(x)\,dx=\boxed{タ}+\boxed{チ}\log\boxed{ツ}$

である。

(計 算 用 紙)

次の問題〔Ⅶ〕は，デザイン工学部都市環境デザイン工学科，理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

座標平面上において，曲線

$$y=\sqrt{12-3x^2} \qquad (0 \leqq x \leqq 2)$$

を C とする。

(1)　C 上の，$x=1$ である点Pにおける C の接線を ℓ_1，$x=\sqrt{3}$ である点における C の接線を ℓ_2 とする。

a，b を定数として，ℓ_1 の方程式を $y=ax+b$ とおくと，$a=\boxed{ア}$，$b=\boxed{イ}$ であり，Pにおける C の法線と x 軸の交点は，$\left(\boxed{ウ}\,,\,0\right)$ である。

ただし，$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ウ}$ については，以下の㊀～⑨からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

㊀ -2　⓪ -1　① 1　② 2　③ 3　④ 4

⑤ $-\dfrac{3}{2}$　⑥ $-\dfrac{1}{2}$　⑦ $\dfrac{1}{2}$　⑧ $\dfrac{3}{2}$　⑨ $\dfrac{5}{2}$

次に，ℓ_1 と ℓ_2 のなす角を α とおく。ただし，$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ とする。このとき，$\tan\alpha=\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である。

（〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。）

(2)　C と直線 $x=1$，および x 軸で囲まれた部分を D とする。D の面積を S とおくと，

$$S=\int_1^{\boxed{カ}}\sqrt{12-3x^2}\,dx$$

である。ここで，$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ として，$x=2\sin\theta$ とおく。$x=1$ のとき，$\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{キ}}$ であり，$x=\boxed{カ}$ のとき，$\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{ク}}$ である。したがって，

$$S=\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}\int_{\frac{\pi}{\boxed{キ}}}^{\frac{\pi}{\boxed{ク}}}\boxed{サ}\,d\theta$$

となり，

$$S=\frac{\boxed{シ}\sqrt{\boxed{ス}}}{\boxed{セ}}\pi-\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$$

である。

　ただし，$\boxed{サ}$ については，以下の ①～⑤ から 1 つを選べ。

① $\sin\theta$　　② $\cos\theta$　　③ $\sin\theta\cos\theta$

④ $\sin^2\theta$　　⑤ $\cos^2\theta$

　また，D を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は，$\boxed{チ}\,\pi$ である。

（以　上）

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには，以下のことに注意してマークしなさい。

① HB の黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆，ボールペン，シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。

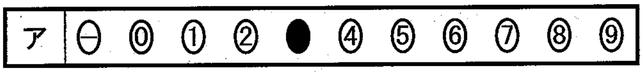
② 解答を訂正する場合には，消しゴムできれいに消してから，あらためてマークしなさい。

③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。

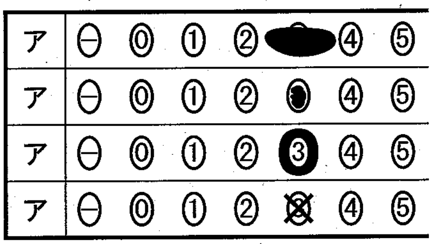
④ 所定欄以外にはマークしたり，記入したりしてはいけません。

⑤ **ア**の解答を３にマークするときには，以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例



悪いマークの例



枠外にはみ出してマークしてはいけません。

枠全体をマークしなさい。

○でかこんでマークしてはいけません。

×を書いてマークしてはいけません。