2019 年度入学試験問題

デザイン工学部Ａ方式Ⅰ日程・理工学部Ａ方式Ⅰ日程
生命科学部Ａ方式Ⅰ日程
2　限　数　　学　(90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答しなさい。指定されていない問題を解答した場合，採点の対象としないので注意すること。
4. 問題文は 4 ページから 28 ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1)　解答上の注意

問題文中の ア，イ，ウ，… のそれぞれには，特に指示がないかぎり，－（マイナスの符号），または 0 ～ 9 までの数が 1 つずつ入ります。当てはまるものを選び，マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし，分数の形で解答が求められているときには，符号は分子に付け，分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。

また，根号を含む形で解答が求められているときには，根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔**例**〕

$\dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウエ}}$ に $\dfrac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには，以下のようにマークしなさい。

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	⊖	⓪	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	⓪	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

デザイン工学部システムデザイン学科，生命科学部生命機能学科のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅳ〕〔Ⅴ〕を解答せよ。

デザイン工学部都市環境デザイン工学科，理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅵ〕〔Ⅶ〕を解答せよ。

〔Ⅰ〕

a，b を正の整数とし，

$$\frac{3}{14} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \cdots\cdots ⓘ$$

が成り立つとする。

ⓘの分母を払って整理すると，

$$3ab = \boxed{アイ}\,(a + b) \quad \cdots\cdots ⓘⓘ$$

となる。積 ab は，$\boxed{アイ}$ の倍数であるから，$\boxed{ウ}$ および $\boxed{エ}$ の倍数である。

ただし，$\boxed{ウ}$ と $\boxed{エ}$ は素数で，$\boxed{ウ} < \boxed{エ}$ とする。

（〔Ⅰ〕の問題は次ページに続く。）

(1)　a が $\boxed{\text{ウ}}$ の倍数であり，かつ，b が $\boxed{\text{エ}}$ の倍数であるとする。

m，n を正の整数として，$a = \boxed{\text{ウ}}\, m$，$b = \boxed{\text{エ}}\, n$ とおく。ⓘⓘより，

$$n = \frac{\boxed{\text{オ}}\, m}{\boxed{\text{カ}}\, m - \boxed{\text{キ}}}$$

である。

m，n は正の整数であるから，

$$0 < \boxed{\text{カ}}\, m - \boxed{\text{キ}} \leqq \boxed{\text{オ}}\, m \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{ⓘⓘⓘ}$$

である。不等式 ⓘⓘⓘ を満たす整数 m の中で最も小さいのは $\boxed{\text{ク}}$，最も大きいのは $\boxed{\text{ケ}}$ である。

ⓘ を満たす a，b の組 (a, b) で，a が $\boxed{\text{ウ}}$ の倍数であり，かつ，b が $\boxed{\text{エ}}$ の倍数であるのは，

$$(a, b) = \left(\boxed{\text{コ}}, \boxed{\text{サシ}}\right) \text{ または } \left(\boxed{\text{スセ}}, \boxed{\text{ソ}}\right)$$

である。

ただし，$\boxed{\text{コ}} < \boxed{\text{スセ}}$ とする。

(〔Ⅰ〕の問題は次ページに続く。)

(2)　a が $\boxed{ウ}$ の倍数であり，かつ，$\boxed{エ}$ の倍数でもあるとする。
m を正の整数として，$a = \left(\boxed{ウ} \times \boxed{エ}\right) m$ とおくと，

$$m = \frac{b}{\boxed{タ}\, b - \boxed{チツ}}$$

である。ⓘ を満たす a，b の組 $(a,\ b)$ で，a が $\boxed{ウ}$ の倍数であり，かつ，$\boxed{エ}$ の倍数でもあるのは，

$$(a,\ b) = \left(\boxed{テト},\ \boxed{ナ}\right) \text{ または } \left(\boxed{ニヌ},\ \boxed{ネ}\right)$$

である。
ただし，$\boxed{テト} < \boxed{ニヌ}$ とする。

（計　算　用　紙）

〔Ⅱ〕

数列$\{a_n\}$のすべての項は正の数であるとする。

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

とする。S_n は,

$$S_n = \frac{1}{14}(a_n)^2 + \frac{1}{2}a_n - \frac{9}{7} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たすとする。

$a_1 > 0$ より, $a_1 = \boxed{\text{ア}}$ である。

$S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$ であるから,

$$(a_{n+1})^2 - (a_n)^2 - \boxed{\text{イ}}\, a_{n+1} - \boxed{\text{ウ}}\, a_n = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ⓘ$$

である。

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

ⅰより，

$$a_{n+1} - a_n = \boxed{\text{エ}}$$

となり，

$$a_n = \boxed{\text{オ}} + \boxed{\text{カ}}$$

である。

ただし，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ については，以下のA群の ①～⑨ からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

A群

① $7n^2$	② $14n^2$	③ $21n^2$
④ $7n$	⑤ $14n$	⑥ $21n$
⑦ 7	⑧ 14	⑨ 21

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

次に，

$$T_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{21}{a_k a_{k+1}} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

とする。

$$\frac{a_{k+1} - a_k}{a_k a_{k+1}} = \frac{1}{a_k} - \frac{1}{a_{k+1}}$$

であるから，

$$T_n = \sum_{k=1}^{n} \boxed{キ} \left(\frac{1}{a_k} - \frac{1}{a_{k+1}} \right)$$

$$= \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}} - \frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ} + \boxed{シ}}$$

である。

ただし，$\boxed{サ}$ については，9ページのA群の ①～⑨ から1つを選べ。

$T_n > \dfrac{8}{27}$ を満たす最小の整数 n は，$\boxed{スセ}$ である。

（計　算　用　紙）

〔Ⅲ〕

平面上に三角形 OAB がある。三角形 OAB の辺 OA，OB の長さは，それぞれ $\mathrm{OA}=3$，$\mathrm{OB}=2$ であるとする。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とおく。

辺 OA の中点を C，辺 AB の中点を D とし，辺 AB を 1：3 に内分する点を E とする。2 直線 BC，OE の交点を F とし，三角形 OAB の重心を G とする。

$$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\vec{a}+\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{イ}}}\vec{b},\quad \overrightarrow{\mathrm{OG}}=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\vec{a}+\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{オ}}}\vec{b}$$

である。

s を実数とし，$\overrightarrow{\mathrm{OF}}=s\,\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ とおく。t を，$\mathrm{BF}:\mathrm{FC}=t:(1-t)$ となる実数とする。

$$s=\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}},\quad t=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

（〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。）

線分 BC の長さと，線分 FG の長さの比は，

$$\frac{\mathrm{FG}}{\mathrm{BC}} = \frac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}$$

である。

三角形 OAB の面積を S_1，三角形 DFG の面積を S_2 とするとき，

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソタ}}$$

である。

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

2直線BCとOGが直交するとき，∠AOBの大きさをθ $(0 < \theta < \pi)$とおくと，

$$\cos\theta = \frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$$

であり，線分FGの長さは，

$$FG = \frac{\boxed{テ}\sqrt{\boxed{トナ}}}{\boxed{ニヌ}}$$

である。

(計　算　用　紙)

次の問題〔Ⅳ〕は，デザイン工学部システムデザイン学科，生命科学部生命機能学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅳ〕

a，b を実数とする。関数 $f(x)$ を，

$$f(x) = x^3 + ax^2 - 2x + b$$

とする。座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とし，C は点 $(-1, 0)$ で x 軸と交わるとする。

b を a を用いて表すと，

$$b = \boxed{ア}\,a - \boxed{イ}$$

である。

（〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。）

整式 $x^3 + ax^2 - 2x + \left(\boxed{ア}\,a - \boxed{イ}\right)$ を整式 $x + 1$ で割った商を $x^2 + px + q$ とおくと，

$$p = \boxed{ウ}, \quad q = \boxed{エ}$$

である。

ただし，$\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$ については，以下のA群の ⓪〜⑧ からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

A群

⓪ 0	① 1	② 2
③ $a + 1$	④ $a - 1$	⑤ $-a - 1$
⑥ $a + 2$	⑦ $a - 2$	⑧ $-a - 2$

2次方程式 $x^2 + px + q = 0$ の判別式を D とし，D を a を用いて表すと，

$$D = \left(a + \boxed{オ}\right)^2 + \boxed{カ} > 0$$

である。

$x^2 + px + q = 0$ の異なる2つの実数解を α，β $(\alpha < \beta)$ とする。

$$f(\alpha) = \boxed{キ}$$

である。

(〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。)

関数$f(x)$の$x=-1$における微分係数$f'(-1)$は，

$$f'(-1)=\boxed{\text{クケ}}\,a+\boxed{\text{コ}}$$

である。

$\alpha<-1<\beta$とすると，$f'(-1)$ $\boxed{\text{サ}}$ 0であり，$a>\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$である。

ただし，$\boxed{\text{サ}}$ については，以下のB群の①〜③から1つを選べ。

B群

① ＜　　② ＝　　③ ＞

$a=1$のとき，Cとx軸で囲まれた2つの部分の面積の和は，$\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$である。

(計　算　用　紙)

次の問題〔V〕は，デザイン工学部システムデザイン学科，生命科学部生命機能学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔V〕

中が見えない袋の中に，赤玉が3個，白玉が5個入っている。

それぞれの赤玉には，3つの自然数1，2，3のいずれか1つが書かれている。また，それぞれの自然数が書かれた赤玉は1個ずつである。

それぞれの白玉には，5つの自然数1，2，3，4，5のいずれか1つが書かれている。また，それぞれの自然数が書かれた白玉は1個ずつである。

(1) 袋から玉を1個取り出すとき，取り出した玉が赤玉である確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) 袋から玉を同時に2個取り出す。このとき，取り出した玉が2個とも赤玉である確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}$ である。取り出した玉の色が2個とも同じである確率は $\dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{クケ}}$ である。

(3) 袋から玉を1個取り出す。取り出した玉に書かれた自然数が偶数であったとき，取り出した玉が白玉である確率は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ である。

（〔V〕の問題は次ページに続く。）

(4) 袋から玉を同時に3個取り出すとき，取り出した玉のうち，少なくとも1個は赤玉である確率は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(5) 袋から玉を1個取り出して，取り出した玉に書かれた自然数を記録して，袋に戻す。袋から再び玉を1個取り出すとき，2回目に取り出した玉に書かれた自然数が，1回目に取り出した玉に書かれた自然数より大きい確率は $\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

次の問題〔Ⅵ〕は，デザイン工学部都市環境デザイン工学科，理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅵ〕

e を自然対数の底とし，対数は自然対数とする。

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = -2x(\log x)^2 + 3x\log x \quad (x > 0)$$

とし，座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。

$f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とすると，

$$f'(x) = -\boxed{ア}(\log x)^2 - \log x + \boxed{イ}$$

である。また，第2次導関数を $f''(x)$ とすると，

$$f''(x) = -\frac{\boxed{ウ}\log x + \boxed{エ}}{x}$$

である。

（〔Ⅵ〕の問題は次ページに続く。）

$f'(x) = 0$ となる x の値を小さい順に α，β とし，$f''(x) = 0$ となる x の値を γ とすると，

$$\alpha = \boxed{\text{オ}}, \ \beta = \boxed{\text{カ}}, \ \gamma = \boxed{\text{キ}}$$

である。

ただし，$\boxed{\text{オ}}$ ～ $\boxed{\text{キ}}$ については，以下のA群の ⓪～⑨ からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

A群

⓪ e　① 1　② 2　③ 3

④ $\sqrt{e}$　⑤ $\dfrac{1}{\sqrt{e^3}}$　⑥ $\sqrt{e^3}$　⑦ $\dfrac{1}{\sqrt[4]{e}}$

⑧ $\sqrt[4]{e}$　⑨ $\sqrt{e^5}$

関数 $y = f(x)$ が増加の状態にあり，C が上に凸であるのは，x が

$$\boxed{\text{ク}} < x < \boxed{\text{ケ}}$$

を満たすときである。

ただし，$\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{ケ}}$ については，以下のB群の ①～③ からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

B群

① α　② β　③ γ

(〔Ⅵ〕の問題は次ページに続く。)

不定積分 $\int x(\log x)^2\,dx$ に部分積分法を用いると,

$$\int x(\log x)^2\,dx = \boxed{\text{コ}} - \int x\log x\,dx$$

となる。

ただし, $\boxed{\text{コ}}$ については, 以下の C 群の ①〜⑨ から 1 つを選べ。

C 群

① x　　② $(x+1)$　　③ (x^2+1)

④ $4\log x$　　⑤ $(2\log x-3)$　　⑥ $x^2\log x$

⑦ $\frac{1}{2}x^2\log x$　　⑧ $\frac{1}{2}x^2(\log x)^2$　　⑨ $\frac{1}{3}(\log x)^3$

$f(x) = -2x(\log x)^2 + 3x\log x$ の不定積分は, K を積分定数とすると,

$$\int f(x)\,dx = -2\times\boxed{\text{コ}} + \boxed{\text{サ}}\int x\log x\,dx$$

$$= -2\times\boxed{\text{コ}} + \boxed{\text{サ}}\left(\frac{1}{\boxed{\text{シ}}}x^2\log x - \frac{1}{\boxed{\text{ス}}}x^2\right) + K$$

である。

(〔Ⅵ〕の問題は次ページに続く。)

曲線 C の $y \geqq 0$ である部分と，x 軸で囲まれた図形の面積を S とする。

$f(x) \geqq 0$ となるのは $\boxed{セ} \leqq x \leqq \boxed{ソ}$ のときである。

ただし，$\boxed{セ}$ ，$\boxed{ソ}$ については，23 ページの A 群の ⓪〜⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

$$S = \frac{\boxed{タ} + e^{\boxed{チ}}}{\boxed{ツ}}$$

である。

次の問題〔Ⅶ〕は，デザイン工学部都市環境デザイン工学科，理工学部機械工学科機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

原点を中心とする半径3の円を K とする。K を，x 軸を基準にして y 軸方向に $\dfrac{2}{3}$ 倍して得られる図形を C とする。

点 P$(x,\ y)$ が C 上にあるとき，x，y は θ を実数として，それぞれ

$$x = 3\cos\theta, \quad y = 2\sin\theta \quad \cdots\cdots \text{ⅰ}$$

と表される。

θ の関数 $f(\theta)$，$g(\theta)$ を

$$f(\theta) = 3\cos\theta, \quad g(\theta) = 2\sin\theta$$

とする。

（〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。）

$f(\theta)$ の導関数を $f'(\theta)$，第 2 次導関数を $f''(\theta)$ とする。また，$g(\theta)$ の導関数を $g'(\theta)$，第 2 次導関数を $g''(\theta)$ とする。さらに，関数 $h(\theta)$ を

$$h(\theta) = \frac{f'(\theta)\,g''(\theta) - g'(\theta)\,f''(\theta)}{\left[\{f'(\theta)\}^2 + \{g'(\theta)\}^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

とすると，

$$h(\theta) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\left(\boxed{\text{イ}}\sin^2\theta + \boxed{\text{ウ}}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

である。

$h(\theta)$ の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ であり，最小値は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

（〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。）

ⓘ から θ を消去すると，

$$\frac{x^2}{\boxed{\text{ク}}} + \frac{y^2}{\boxed{\text{ケ}}} = 1$$

となる。

直線 $2x + 3\sqrt{3}\,y = 6$ を ℓ とする。C と ℓ の共有点の x 座標は，

$$x = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}, \quad \boxed{\text{ス}}$$

である。

ただし，$\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}} < \boxed{\text{ス}}$ とする。

x 軸，および2直線 $x = \dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$，$x = \boxed{\text{ス}}$ と，C の $\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}} \leqq x \leqq \boxed{\text{ス}}$ かつ $y \geqq 0$ である部分とで囲まれた図形を，x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を V とすると，

$$V = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\pi$$

である。

（以　上）

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには，以下のことに注意してマークしなさい。

① HBの黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆，ボールペン，シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。

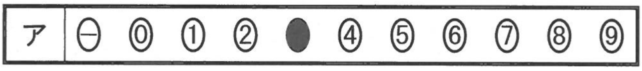
② 解答を訂正する場合には，消しゴムできれいに消してから，あらためてマークしなさい。

③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。

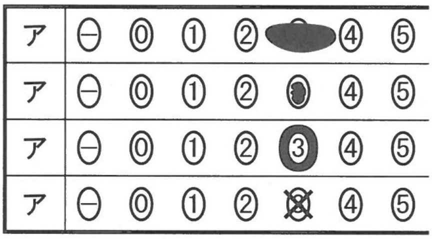
④ 所定欄以外にはマークしたり，記入したりしてはいけません。

⑤ **ア**の解答を３にマークするときには，以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例



悪いマークの例



枠外にはみ出してマークしてはいけません。

枠全体をマークしなさい。

○でかこんでマークしてはいけません。

×を書いてマークしてはいけません。

6. 問題冊子のページを切り離さないこと。