

デザイン工学部A方式Ⅱ日程・理工学部A方式Ⅱ日程

生命科学部A方式Ⅱ日程

2 限 数 学 (90分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答しなさい。指定されていない問題を解答した場合、採点の対象としませんので注意しなさい。
4. 問題文は4ページから17ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1) 解答上の注意

問題中の ア, イ, ウ, … のそれぞれには、特に指示がないかぎり、 $-$ (マイナスの符号), または $0 \sim 9$ までの数が1つずつ入ります。当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし、分数の形で解答が求められているときには、符号は分子に付け、分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。

また、根号を含む形で解答が求められているときには、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔例〕

$\frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには、以下のようにマークしなさい。

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
ウ	⊖	0	●	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

[I]

(1) 不等式 $|2x - 4| \leq 5$ の解は $\boxed{\text{ア}} \leq x \leq \boxed{\text{イ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ については、以下の①～⑥からそれぞれ1つを選べ。

ここで、同じものを何回選んでもよい。

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{3}{2}$ ⑥ $\frac{7}{2}$ ⑦ $\frac{9}{2}$

次に、不等式 $4x^2 - 8x \leq 21$ の解は $\boxed{\text{ウ}} \leq x \leq \boxed{\text{エ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ウ}}$ 、 $\boxed{\text{エ}}$ については、上の①～⑥からそれぞれ1つを選べ。

ここで、同じものを何回選んでもよい。

さらに、自然数全体を全体集合とし、集合 A 、 B を以下により定める。

$$A = \{x \mid |2x - 4| \leq 5, x \text{ は自然数}\}$$

$$B = \{x \mid 4x^2 - 8x \leq 21, x \text{ は自然数}\}$$

集合 $A \cap B$ の要素の個数は $\boxed{\text{オ}}$ 個である。また、 B の補集合を \bar{B} とするとき、集合 $A \cap \bar{B}$ の要素は $\boxed{\text{カ}}$ だけである。

([I] の問題は次ページに続く。)

(2) 座標空間において、3点 $A(0, 1, -1)$, $B(1, 0, 2)$, $C(0, 1, 2)$ を頂点とする三角形 ABC がある。また、 $\angle BAC = \theta$ とおく。

$$\vec{AB} = (\boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{クケ}}, \boxed{\text{コ}}), \vec{AC} = (\boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{ス}})$$

であり、

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \boxed{\text{セ}}, \cos \theta = \frac{\boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{タチ}}}$$

となるから、三角形 ABC の面積は $\frac{\boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

[II]

数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は、 $\left(n + \frac{1}{4}\right)^2$ に最も近い整数であるとする。

- (1) $a_1 = \boxed{\text{ア}}$, $a_2 = \boxed{\text{イ}}$, $a_3 = \boxed{\text{ウエ}}$ である。
 (2) s を自然数とする。 $n = 2s$ のとき、 $a_n = \boxed{\text{オ}} s^{\boxed{\text{カ}}} + s$ であり、
 $n = 2s - 1$ のとき、 $a_n = \boxed{\text{キ}} s^{\boxed{\text{ク}}} - \boxed{\text{ケ}} s + \boxed{\text{コ}}$ である。
 (3)

$$\left| a_n - \left(n + \frac{1}{4}\right)^2 \right| = \begin{cases} \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}} & (n \text{ が偶数のとき}) \\ \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}} & (n \text{ が奇数のとき}) \end{cases}$$

であるから、 m を自然数とするとき、

$$\sum_{n=1}^m \left| a_n - \left(n + \frac{1}{4}\right)^2 \right| = \begin{cases} \frac{m}{\boxed{\text{チ}}} & (m \text{ が偶数のとき}) \\ \frac{m}{\boxed{\text{ツ}}} + \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}} & (m \text{ が奇数のとき}) \end{cases}$$

となる。

(計 算 用 紙)

[Ⅲ]

θ は $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たすとし、 θ の関数 $f(\theta)$ を

$$f(\theta) = \cos 3\theta - \sin 3\theta + \sin 2\theta + \sin \theta + \cos \theta$$

とする。また、 $\sin \theta + \cos \theta = t$ とおく。

$$t = \sqrt{\text{ア}} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{\text{イ}} \right)$$

と変形できるから、 t のとりうる値の範囲は $\text{ウ} \leq t \leq \sqrt{\text{エ}}$ である。

一方、 $t^2 = \text{オ} + \sin(\text{カ} \theta)$ である。また、

$$\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$$

$$\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$$

が成り立つことを用いて、

$$\cos 3\theta - \sin 3\theta = \text{ク} t^3 + \text{ケ} t$$

となる。

したがって、 $f(\theta)$ は t を用いて表すことができ、その関数を $g(t)$ とすると、

$$g(t) = \text{ク} t^3 + t^{\text{コ}} + \text{サ} t - \text{シ}$$

であり、 $g(t)$ を t で微分した関数 $g'(t)$ は

$$g'(t) = \text{ク} (\text{ス} t + \text{セ}) (t - \text{ソ})$$

となる。

$f(\theta)$ は、 $\theta = \frac{\pi}{\text{タ}}$ のとき最大値 チ をとり、 $\theta = \frac{\pi}{\text{ツ}}$ のとき最小値 テ

をとる。

(計 算 用 紙)

次の問題〔IV〕は、生命科学部生命機能学科植物医科学専修を志望する受験生のみ解答せよ。

〔IV〕

中が見えない袋の中にカードが10枚入っている。それぞれのカードには、4つの自然数1, 2, 3, 4のいずれか1つが書かれている。自然数1が書かれたカードは1枚であり、2が書かれたカードは2枚、3が書かれたカードは3枚、4が書かれたカードは4枚である。

(1) この袋から1枚のカードを取り出し、取り出したカードを袋に戻さずにさらに1枚のカードを取り出して、合計2枚のカードを取り出すとする。

4が書かれたカードを2枚取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。また、同じ自

然数が書かれたカードを2枚取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

取り出した2枚のカードに書かれている自然数がともに偶数のときはその和を、それ以外のときは0を X とする。 $X=4$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。

X の期待値は $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(〔IV〕の問題は次ページに続く。)

(2) この袋から1枚のカードを取り出し，取り出したカードを袋に戻さずにさらに1枚のカードを取り出す操作を繰り返して，合計4枚のカードを取り出すとする。

書かれた自然数がすべて異なる4枚のカードを取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ であり，書かれた自然数がすべて偶数である4枚のカードを取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

次の問題[V]は、生命科学部生命機能学科植物医科学専修を志望する受験生のみ
解答せよ。

[V]

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + \frac{5}{3}$$

とし、曲線 $y = f(x)$ を C とする。また、 a, b, c を定数として、直線
 $y = ax + b$ を ℓ 、 ℓ に平行な直線 $y = ax + c$ を ℓ' とし、 ℓ と ℓ' がそれぞれ C
に接するとする。ただし、 $b < c$ であるとする。

(1) $f(x)$ は、 $x = \boxed{\text{ア}}$ で極大値 $\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{エ}}$ で極小値 $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ をとる。

(2) C 上の点 $(x, f(x))$ における接線の傾きを x を用いて表すと $x^{\boxed{\text{キ}}} - \boxed{\text{ク}}x$
である。したがって、 a のとりうる値の範囲は $a > \boxed{\text{ケコ}}$ である。

([V]の問題は次ページに続く。)

(3) C と ℓ の接点の x 座標を α , C と ℓ' の接点の x 座標を β とおく。

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{サ}}, \quad \alpha\beta = \boxed{\text{シ}} a$$

であり,

$$(\alpha - \beta)^2 = \boxed{\text{ス}} a + \boxed{\text{セ}}$$

となる。したがって,

$$c - b = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \left(a + \boxed{\text{チ}} \right) \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

l と x 軸, y 軸の交点をそれぞれ A , B とおく。 $\cos^2 \theta = t$ とおき, 線分 AB の長さの 2 乗を $f(t)$ とおくと,

$$f(t) = \frac{\boxed{\text{キ}}^2}{t} + \frac{\boxed{\text{ク}}^2}{1-t}$$

となる。

t のとりうる値の範囲を考えると, $f(t)$ は, $t = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{サシ}}$ をとることがわかる。

$f(t)$ の値が最小となるとき, P の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}, \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{セ}}} \right)$ であり, 三角形 OAB の面積は $\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ となる。

次の問題〔Ⅶ〕は、デザイン工学部建築学科，理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科，生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

関数 $g(x)$, $h(x)$ を

$$g(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5}, \quad h(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

とし， $g(x) - h(x) = f(x)$ とおく。

- (1) 関数 $x^2 + 2x + 5$ の最小値は $\boxed{\text{ア}}$ ，関数 $x^2 + 1$ の最小値は $\boxed{\text{イ}}$ であるから，すべての実数 x に対して $f(x)$ の値が定まる。
- (2) 曲線 $y = h(x)$ と直線 $x = 1$ ，および x 軸， y 軸で囲まれる部分を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\pi$ である。
- (3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - 3 \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \boxed{\text{オカ}}$ である。

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

(4) $f(x)$ を微分すると、 $f'(x) = g'(x) - h'(x)$ である。方程式

$$f'(x) = 0 \dots\dots\dots \textcircled{i}$$

の解は、方程式

$$\{g'(x)\}^2 = \{h'(x)\}^2 \dots\dots\dots \textcircled{ii}$$

の解であり、 \textcircled{ii} の解は、小さい順に $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ 、 コ である。 $x = \frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$

は方程式 \textcircled{i} の解ではないから、 $f(x)$ は、 $x = \frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ において サ 。

ただし、 サ については、以下の $\textcircled{0} \sim \textcircled{4}$ から 1 つを選べ。

- $\textcircled{0}$ 極大値かつ最大値をとる
- $\textcircled{1}$ 極大値をとるが最大値をとらない
- $\textcircled{2}$ 極小値かつ最小値をとる
- $\textcircled{3}$ 極小値をとるが最小値をとらない
- $\textcircled{4}$ 極値をとらない

$$f'(0) = \frac{\sqrt{\text{シ}}}{\text{シ}}, f'(\text{コ}) = \text{ス}, f'(2) < 0$$

であるから、 $x = \text{コ}$ において、 $f(x)$ は セ 。

ただし、 セ については、上の $\textcircled{0} \sim \textcircled{4}$ から 1 つを選べ。

(以 上)

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- ① HBの黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。
- ② 解答を訂正する場合には、消しゴムできれいに消してから、あらためてマークしなさい。
- ③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。
- ④ 所定欄以外にはマークしたり、記入したりしてはいけません。
- ⑤ アの解答を3にマークするときには、以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	○	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	⊖	○	①	②	●	④	⑤	枠外にはみ出してマークしてはいけません。
ア	⊖	○	①	②	●	④	⑤	枠全体をマークしなさい。
ア	⊖	○	①	②	③	④	⑤	○でかこんでマークしてはいけません。
ア	⊖	○	①	②	✕	④	⑤	✕を書いてマークしてはいけません。