

デザイン工学部A方式Ⅱ日程・理工学部A方式Ⅱ日程

生命科学部A方式Ⅱ日程

2 限 数 学 (90分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入下さい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答下さい。指定されていない問題を解答した場合、採点の対象としないので注意下さい。
4. 問題文は4ページから17ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読み下さい。

(1) 解答上の注意

問題中の ア, イ, ウ, … のそれぞれには、特に指示がないかぎり、- (マイナスの符号)、または0~9までの数が1つずつ入ります。当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答下さい。

ただし、分数の形で解答が求められているときには、符号は分子に付け、分母・分子をできる限り約分して解答下さい。

また、根号を含む形で解答が求められているときには、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答下さい。

〔例〕

$$\frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$$

に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには、以下のようにマーク下さい。

ア	●	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	0	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	⊖	0	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	0	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読み下さい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

(I)

(1) $a > 0$ として、 $x = \log_2 a$ とおく。

$x = 5$ のとき、 $a = \boxed{\text{アイ}}$ である。次に、 $2a \neq 1$ のとき、不等式

$$\log_2 256a > 3 \log_{2a} a$$

の左辺は $\boxed{\text{ウ}} + x$ 、右辺は $\frac{\boxed{\text{エ}}x}{\boxed{\text{オ}} + x}$ である。したがって、上の不等式を満

たす x の値の範囲は

$$\boxed{\text{カキ}} < x < \boxed{\text{クケ}}, x > \boxed{\text{コサ}}$$

である。

((I)の問題は次ページに続く。)

(2) θ が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ を満たすとする。また、

$$s = \frac{1}{4} \cos \theta, \quad t = \frac{16\sqrt{3}}{3} \sin \left(\theta + \frac{2}{3} \pi \right)$$

とおく。 s のとり得る値の範囲は

$$2 \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{セ}}} \leq s \leq 2 \boxed{\text{ソタ}}$$

であり、 t のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}} - \frac{\boxed{\text{テ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}} \leq t \leq \boxed{\text{ニ}}$$

である。

$$st = \boxed{\text{又}} + \frac{\boxed{\text{ネ}} \sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}} \sin \left(2\theta + \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} \pi \right)$$

であり、 $st < 1$ となる θ の値の範囲は、 $\theta > \frac{\pi}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

〔Ⅱ〕

n を 2 以上の整数とする。

(1) 平面上の平行な 2 直線上に、相異なる点がそれぞれ n 個ずつある。これらの $2n$ 個の点から 3 点を選ぶ。

(a) $n = 5$ のとき、この選び方は全部で $\boxed{\text{アイウ}}$ 通りあり、選んだ 3 点が 1 直線上にあるような選び方は $\boxed{\text{エオ}}$ 通りある。

(b) 選んだ 3 点が三角形をつくるような選び方は $(\boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}})$ 通りある。

ただし、 $\boxed{\text{カ}}$ 、 $\boxed{\text{キ}}$ については、以下の①～⑨からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

- ① n ② $2n$ ③ $3n$ ④ n^2 ⑤ $2n^2$
⑥ $3n^2$ ⑦ n^3 ⑧ $2n^3$ ⑨ $3n^3$

(〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。)

(2) O を中心とする円の円周を等分する $2n$ 個の点がある。これらの $2n$ 個の点と点 O から 3 点を選ぶ。

(a) $n = 3$ のとき、選んだ 3 点が三角形をつくるような選び方は $\boxed{\text{クケ}}$ 通りある。

(b) 選んだ 3 点が三角形をつくるような選び方は $\frac{n(\boxed{\text{コ}}^n \boxed{\text{サ}} - \boxed{\text{シ}})}{\boxed{\text{ス}}}$ 通りある。

(c) $n = 12$ のとき、選んだ 3 点が正三角形をつくるような選び方は $\boxed{\text{セソ}}$ 通りある。

(Ⅲ)

三角形ABCにおいて、 $CA = CB = 3$ 、 $AB = 4$ である。また、 $\vec{CA} = \vec{a}$ 、 $\vec{CB} = \vec{b}$ とおく。

(1) $\cos \angle BCA = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。また、三角形ABCの外接円の半径は

$\frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{キ}}$ である。

(3) 点Cを通り直線ABに直交する直線 l とABの交点をMとすると、

$\vec{CM} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}(\vec{a} + \vec{b})$ である。また、点Bを通り直線CAに直交する直線と

l の交点をHとすると、 $\vec{CH} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}(\vec{a} + \vec{b})$ である。

次に、三角形ABCの外心をOとすると、 $OH = \frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(計 算 用 紙)

次の問題〔Ⅳ〕は、生命科学部生命機能学科植物医科学専修を志望する受験生のみ
解答せよ。

〔Ⅳ〕

t を正の定数とする。曲線 $y = x^3 - x$ を C 、 C 上の点 $P(t, t^3 - t)$ における接
線を ℓ とする。

ℓ の方程式は

$$y = \left(\boxed{\text{ア}} t^2 - \boxed{\text{イ}} \right) x - \boxed{\text{ウ}} t^3$$

である。

C と ℓ の、 P 以外の共有点を Q とすると、 Q の x 座標は $\boxed{\text{エオ}} t$ である。

Q における C の接線を m とすると、 m の方程式は

$$y = \left(\boxed{\text{カキ}} t^2 - \boxed{\text{イ}} \right) x + \boxed{\text{クケ}} t^3$$

である。

C と m の、 Q 以外の共有点を R とすると、 R の x 座標は $\boxed{\text{コ}} t$ であり、

$$\overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{QR} = 18 \left(\boxed{\text{サシ}} t^6 - \boxed{\text{スセ}} t^4 + \boxed{\text{ソ}} t^2 \right)$$

となる。ここで、

$$f(t) = \frac{\overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{QR}}{18 t^6}$$

とおくと、 $t = \frac{\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チツ}}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ のとき、 $f(t)$ は最小値 $\frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ をとる。

(計 算 用 紙)

次の問題[V]は、生命科学部生命機能学科植物医科学専修を志望する受験生のみ
解答せよ。

[V]

Oを原点とする座標平面上に点P(x,y)がある。

(1) θ は $0 < \theta < 2\pi$ を満たし、行列Aを

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

とする。行列Aが表す移動により、Pが点 Q_1 に移るとするとき、 Q_1 はOを
中心にPを角 $\boxed{\text{ア}}$ だけ回転した点である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ については、以下の①~④から1つを選べ。

① $-\theta$ ② 0 ③ θ ④ 2θ ⑤ 3θ ⑥ θ^2

行列Bを $B = \frac{1}{3}A$ で定める。行列Bが表す移動によりPが点 Q_2 に移る

とするとき、 $OQ_2 = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}OP$ である。

Pがx軸方向に-2だけ平行移動し、y軸方向に4だけ平行移動した点を
 $Q_3(X, Y)$ とするとき、

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boxed{\text{エオ}} \\ \boxed{\text{カ}} \end{pmatrix}$$

が成り立つ。

((V)の問題は次ページに続く。)

(2) $P(x, y)$ を点 $R(X, Y)$ に移す移動 T が

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 14 \\ 7 \end{pmatrix}$$

で表されている。

移動 T により、点 $B(p, q)$ が点 $B(p, q)$ に移るとするとき、

$$\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{キク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} \\ \boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}} \end{pmatrix}$$

である。

また、この移動 T により P が移る点 R は、 θ, k を実数として、点 B を中心に P を角 θ だけ回転した点を $P'(x', y')$ とおくと、 $\overrightarrow{BR} = k\overrightarrow{BP}'$ を満たす。

つまり、(1)の行列 A を用いると、

$$\begin{pmatrix} x' - p \\ y' - q \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x - p \\ y - q \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} X - p \\ Y - q \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x' - p \\ y' - q \end{pmatrix}$$

が成り立つから、 $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ス}}}$ 、 $k = \boxed{\text{セ}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{セ}}$ については、以下の①～⑨から1つを選べ。

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3
 ⑥ $2\sqrt{3}$ ⑦ $3\sqrt{2}$ ⑧ $3\sqrt{3}$ ⑨ 6

次の問題〔VI〕は、デザイン工学部建築学科、理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科、生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔VI〕

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 4} \quad (x > 0)$$

とし、曲線 $y = f(x)$ を C とする。

(1) $f'(x) = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$, $f''(x) = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ であり、 $f(x)$ は $x = \text{オ}$ において最大値

をとる。

ただし、 $\text{ア} \sim \text{エ}$ については、以下の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。
ここで、同じものを何回選んでもよい。

- | | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| ㊦ $x^2 + 4$ | ① $(x^2 + 4)^2$ | ① $(x^2 + 4)^3$ | ② $(x^2 + 4)^4$ |
| ③ $-x^2 - 4$ | ④ $-2x^2$ | ⑤ $4 - x^2$ | ⑥ $2x^3 - 24x$ |
| ⑦ $2x^3 - 36x$ | ⑧ $4x^3 - 24x$ | ⑨ $4x^3 - 36x$ | |

（〔VI〕の問題は次ページに続く。）

(2) C と x 軸, および直線 $x = \boxed{\text{オ}}$ で囲まれた部分の面積を S とおくと,

$$S = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \log \boxed{\text{ク}}$$
 である。ただし, 対数は自然対数とする。

次に, 数列 $\{a_n\}$ は, $a_1 = \boxed{\text{オ}}$ であり,

$$a_1 < a_2 < \cdots < a_n < a_{n+1} < \cdots$$

を満たし, C と x 軸, および 2 直線 $x = a_n, x = a_{n+1}$ で囲まれた部分の面積が S であるとする。 $\{a_n\}$ は漸化式

$$a_{n+1}^{\boxed{\text{ケ}}} + \boxed{\text{コ}} = \boxed{\text{サ}} (a_n^{\boxed{\text{ケ}}} + \boxed{\text{コ}})$$

を満たすから,

$$a_n = \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}^{\boxed{\text{ス}}} - 1}$$

となる。

ただし, $\boxed{\text{ス}}$ については, 以下の ①~⑦ から 1 つを選べ。

- ① $n - 4$ ② $n - 3$ ③ $n - 2$ ④ $n - 1$ ⑤ n
⑥ $n + 1$ ⑦ $n + 2$ ⑧ $n + 3$ ⑨ $n + 4$

ここで, $a_n > 2^{10}$ を満たす最小の n の値は $\boxed{\text{セソ}}$ である。

次の問題〔Ⅶ〕は、デザイン工学部建築学科，理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科，生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

原点を O とする座標平面上において，

$$f(x) = x\sqrt{2+x} \quad (x \geq -2)$$

とし，曲線 $y = f(x)$ を C とする。

(1) $f'(a) = 0$ とすると， $a = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ であり， $f(a) = \frac{\boxed{\text{エオ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ は $f(x)$ の $\boxed{\text{ク}}$ 。

ただし， $\boxed{\text{ク}}$ については，以下の①～⑤から1つを選べ。

- ① 極大値であり，最大値でもある
- ② 極大値であるが，最大値ではない
- ③ 極小値であり，最小値でもある
- ④ 極小値であるが，最小値ではない
- ⑤ 極値ではない

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

- (2) $t > 0$ とする。C 上の点 $P(t, f(t))$ における C の接線と x 軸の交点を Q とし、 $R(t, 0)$ とする。

Q の x 座標は $\frac{t^{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}t + \boxed{サ}}$ であり、 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{QR}{OR} = \frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ である。

- (3) C と x 軸で囲まれた部分の面積を S_1 、C と x 軸の $x \geq 0$ の部分、および直線 $x = 2$ で囲まれた部分の面積を S_2 とすると、

$$S_1 = \frac{\boxed{セソ}\sqrt{\boxed{タ}}}{\boxed{チツ}}, \quad \frac{S_2}{S_1} = \boxed{テ}$$

である。

ただし、 $\boxed{テ}$ については、以下の ①～⑨ から 1 つを選べ。

- ① $\sqrt{2} - 1$ ② $2 - \sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2} - 2$ ④ $\sqrt{2}$
 ⑤ $2\sqrt{2} - 1$ ⑥ $\sqrt{2} + 1$ ⑦ $2\sqrt{2}$ ⑧ $\sqrt{2} + 2$
 ⑨ $2\sqrt{2} + 1$ ⑩ $2\sqrt{2} + 2$

(以 上)

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- ① HBの黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。
- ② 解答を訂正する場合には、消しゴムできれいに消してから、あらためてマークしなさい。
- ③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。
- ④ 所定欄以外にはマークしたり、記入したりしてはいけません。
- ⑤ アの解答を3にマークするときには、以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	⊖	0	1	2	●	4	5	枠外にはみ出してマークしてはいけません。
ア	⊖	0	1	2	●	4	5	枠全体をマークしなさい。
ア	⊖	0	1	2	○	4	5	○でかこんでマークしてはいけません。
ア	⊖	0	1	2	✕	4	5	✕を書いてマークしてはいけません。