

デザイン工学部A方式 I 日程・理工学部A方式 I 日程
生命科学部A方式 I 日程

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答しなさい。指定されていない問題を解答した場合、採点の対象としませんので注意しなさい。
4. 問題文は 4 ページから 18 ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1) 解答上の注意

問題文中の ア, イ, ウ, … のそれぞれには、特に指示がないかぎり、 $-$ (マイナスの符号), または $0 \sim 9$ までの数が 1 つずつ入ります。当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし、分数の形で解答が求められているときには、符号は分子に付け、分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。

また、根号を含む形で解答が求められているときには、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔例〕

$\frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには、以下のようにマークしなさい。

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
ウ	⊖	0	●	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

[I]

θ を, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たす実数として, 関数 $f(\theta)$ を

$$f(\theta) = 2 \sin^2 \theta - 4 \cos^2 \theta + 6\sqrt{3} \sin \theta \cos \theta$$

とする。

(1) $\sin(2\theta) = \boxed{\text{ア}}$ $\sin \theta \cos \theta$, $\cos(2\theta) = \boxed{\text{イ}}$ $\cos^2 \theta - \boxed{\text{ウ}}$ が成り立つ。

したがって,

$$f(\theta) = \boxed{\text{エオ}} + \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}} \sin(2\theta) - \boxed{\text{ク}} \cos(2\theta)$$

となる。

(2) α を, $0 \leq \alpha \leq \pi$ を満たす実数として, 関数 $f(\theta)$ は

$$f(\theta) = \boxed{\text{エオ}} + \boxed{\text{ケ}} \sin(2\theta - \alpha)$$

と表される。ここで, $\alpha = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \pi$ である。

(3) θ は, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たすから, $f(\theta)$ の最大値は $\boxed{\text{シ}}$ であり, 最小値は $\boxed{\text{スセ}}$ であり, $f(\theta) = 4$ を満たす θ は $\boxed{\text{ソ}}$ 。

ただし, $\boxed{\text{ソ}}$ については, 以下の①~④から1つを選べ。

- ① 存在しない ① ちょうど1個ある ② ちょうど2個ある
③ ちょうど3個ある ④ ちょうど4個ある

(計 算 用 紙)

〔Ⅱ〕

$$U = \{x \mid 1 \leq x \leq 121, x \text{ は自然数}\}$$

を全体集合とし、 U の部分集合 A, B, C を以下により定める。

$$A = \{x \mid 1 \leq x \leq 121, x \text{ は } 2 \text{ で割ると } 1 \text{ 余る自然数}\}$$

$$B = \{x \mid 1 \leq x \leq 121, x \text{ は } 3 \text{ で割ると } 1 \text{ 余る自然数}\}$$

$$C = \{x \mid 1 \leq x \leq 121, x \text{ は } 5 \text{ で割ると } 1 \text{ 余る自然数}\}$$

A, B, C の補集合をそれぞれ $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ で表す。ただし、有限集合 X の要素の個数を $n(X)$ で表す。

- (1) A ア U である。また、 3 イ $A, n(A)$ ウ $n(U)$ である。

ただし、 ア ~ ウ については、以下の ①~⑤ からそれぞれ 1 つを選べ。

ここで、同じものを何回選んでもよい。

① = ② < ③ > ④ ∈ ⑤ ⊂ ⑥ ⊃

- (2) A の要素は、 k を、 $0 \leq k \leq$ エオ を満たす整数として、 カ $k +$ キ と表すことができる。

したがって、 $n(A) =$ クケ であり、 $n(\bar{A}) =$ コサ である。

- (3) 集合 $B \cap C$ の要素は、 l を、 $0 \leq l \leq$ シ を満たす整数として、 スセ $l +$ ソ と表すことができる。

したがって、 $n(B \cap C) =$ タ である。

また、 $n(B \cup C) =$ チツ , $n(\bar{B} \cup \bar{C}) =$ テトナ である。

- (4) $n(A \cap B \cap C) =$ ニ である。

(計算用紙)

〔Ⅲ〕

座標平面上に3点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $C(2, 3)$ がある。

点 A を通り、直線 BC に垂直な直線を l とする。 l の方程式を $y = m(x + b)$

とおくと、 $m = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$, $b = \boxed{\text{エ}}$ である。

直線 BC と l の交点を D とおく。 D の座標は、 $D\left(\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\right)$ である。

$\angle ACB = \alpha$ とおくと、 $\cos \alpha = \frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$, $\tan \alpha = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。線分

BC 上の点 E を、 $\angle EAB = \alpha$ となるようにとる。 E の座標は、

$E\left(\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}, \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\right)$ である。

三角形 ADE の面積は $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(計算用紙)

次の問題〔Ⅳ〕は、デザイン工学部システムデザイン学科、生命科学部生命機能学
科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅳ〕

座標平面上の放物線 $y = 1 - x^2$ を C_1 とおく。また、 a, b, c を実数とし、放
物線 $y = ax^2 + bx + c$ を C_2 とおく。ただし、 $a > 0$ とする。 t を、 $t > 1$ を満
たす実数とし、 C_2 は $x = t$ において x 軸に接するとする。

- (1) $a = 2, t = 2$ とする。このとき、 $b = \boxed{\text{アイ}}$ 、 $c = \boxed{\text{ウ}}$ である。
(2) C_1 と C_2 がただ 1 点のみを共有するとする。 a は、 t を用いて表すと

$$a = \frac{\boxed{\text{エ}}}{t^{\boxed{\text{オ}}} - \boxed{\text{カ}}}$$

となる。また、 $a + 1$ 、および $at^2 - 1$ は、 t を用いて表すと、

$$a + 1 = \frac{t^{\boxed{\text{キ}}}}{t^{\boxed{\text{オ}}} - \boxed{\text{カ}}}, \quad at^2 - 1 = \frac{\boxed{\text{ク}}}{t^{\boxed{\text{オ}}} - \boxed{\text{カ}}}$$

である。 C_1 と C_2 の共有点を $P(u, v)$ とおくと、 $v = \boxed{\text{ケ}} - \frac{1}{t^{\boxed{\text{コ}}}}$ となる。

さらに、 $a = \frac{1}{8}$ とする。 C_1 と C_2 のただ 1 つの共有点 P における C_1 の接線

ℓ の方程式は、 $y = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}x + \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。また、 C_1, ℓ 、および

y 軸で囲まれる部分の面積は $\frac{1}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

(計 算 用 紙)

次の問題〔V〕は、デザイン工学部システムデザイン学科、生命科学部生命機能学
科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔V〕

n を正の整数とする。座標平面上で、直線 $y = n^3$ と放物線 $y = nx^2$ で囲まれた部分 (境界を含む) を D とする。 D に含まれる格子点の個数を a_n とおく。ここで、格子点とは、 x 座標と y 座標がともに整数である点のことである。

(1) $n = 2$ とする。 D の面積は $\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$ である。 D に含まれ、かつ、 y 軸上に

ある格子点の個数は エ である。次に、 D に含まれ、かつ、直線 $x = 1$ 上にある格子点の個数は オ である。さらに、 D に含まれ、かつ、直線 $x = 2$ 上にある格子点の個数は カ である。したがって、 $a_2 = \text{キク}$ である。ここで、次ページの図を利用してもよい。

(2) D に含まれ、かつ、 y 軸上にある格子点の個数を b とおくと、

$b = n^{\text{ケ}} + \text{ク}$ である。次に、 k を、 $1 \leq k \leq n$ を満たす整数とする。 D

に含まれ、かつ、直線 $x = k$ 上にある格子点の個数を c_k とおくと、

$c_k = n^{\text{サ}} - nk^{\text{シ}} + \text{ス}$ である。したがって、

$$\begin{aligned} a_n &= b + \text{セ} \sum_{k=1}^n c_k \\ &= n^{\text{ケ}} + \text{ク} + \text{セ} n \left(n^{\text{サ}} + \text{ス} \right) - \text{セ} n \sum_{k=1}^n k^{\text{シ}} \end{aligned}$$

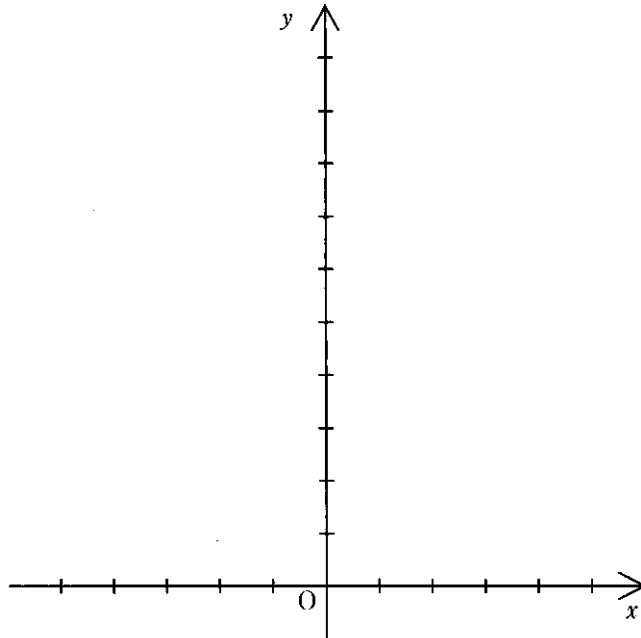
であるから、

$$a_n = \frac{1}{3} \left(n + \text{ソ} \right) \left(\text{タ} n + 1 \right) \left(\text{チ} n^2 - \text{ツ} n + \text{テ} \right)$$

となる。

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

(3) 直線 $y = n^3$ と放物線 $y = nx^2$ で囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} n^{\boxed{\text{三}}}$ である。



次の問題〔VI〕は、デザイン工学部都市環境デザイン工学科，理工学部機械工学科
機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔VI〕

e を自然対数の底とし，対数は自然対数とする。 $f(x)$ を

$$f(x) = -x^2 \log x \quad (x > 0)$$

とする。

(1) $f(e^{-1}) = e^{\boxed{\text{アイ}}}$ ， $f(f(e^{-1})) = \boxed{\text{ウ}} e^{\boxed{\text{エオ}}}$ である。

(2) $f'(a) = 0$ となる a の値は $a = e^{\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}}$ であり， $f(a)$ は $\boxed{\text{ケ}}$ 。

ただし， $\boxed{\text{ケ}}$ については，以下の①～③から1つを選べ。

- ① 極大値であり，最大値でもある
- ① 極大値であるが，最大値ではない
- ② 極小値であり，最小値でもある
- ③ 極小値であるが，最小値ではない

座標平面の曲線 $y = f(x)$ を C とする。 t を， $t > 0$ を満たす実数とする。

C 上の点 $(t, f(t))$ における C の接線が原点を通るのは， $t = e^{\boxed{\text{コサ}}}$ のときで

ある。また， C の変曲点の x 座標は $e^{\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}}$ である。

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

(3) (2)で求めた a の値に対して、定積分 $\int_a^1 f(x) dx$ の値は

$$\frac{1}{18} \left(\boxed{\text{ソ}} - \boxed{\text{タ}} e^{\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}} \right) \text{である。}$$

次の問題〔Ⅶ〕は、デザイン工学部都市環境デザイン工学科，理工学部機械工学科
機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = (2 - x) \sin(\pi x)$$

とおく。

(1) $f'(x) = -$ $+$ π である。また、 $f''(x) = -2\pi$ $- \pi^2$ である。

ただし、 \sim については、以下のA群の①～⑦からそれぞれ1つ
を選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

A群

① $\sin(\pi x)$

① $\cos(\pi x)$

② $x \sin(\pi x)$

③ $x \cos(\pi x)$

④ $(2 - x) \sin(\pi x)$

⑤ $(2 - x) \cos(\pi x)$

⑥ $(x - 2) \sin(\pi x)$

⑦ $(x - 2) \cos(\pi x)$

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

$0 < x < 1$ の範囲で、 $f(x)$ の極値について調べよう。

$0 < x < \frac{1}{2}$ の範囲で、 $f'(x)$ の符号の変化を、

$$f''(x) = -2\pi \text{ウ} - \pi^2 \text{エ}$$

を用いて調べる。 ウ の符号は オ 。 エ の符号は カ 。したがって、 $f''(x)$ の符号は キ 。

ただし、 $\text{オ} \sim \text{キ}$ については、以下の B 群の ①～② からそれぞれ 1 つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

B 群

- ① 常に正である ① 常に負である ② 一定でない

したがって、 $f'(x)$ は $0 < x < \frac{1}{2}$ の範囲で ク 。

ただし、 ク については、以下の C 群の ①～③ から 1 つを選べ。

C 群

- ① 増加する ① 減少する
② 増加したのち、減少する ③ 減少したのち、増加する

ここで、 $f(0) = \text{ケ} \pi$ 、 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \text{コサ}$ であることを考慮すると、 $0 < x < \frac{1}{2}$ の範囲で、 $f(x)$ は極大値をちょうど 1 回とる。

次に、 $\frac{1}{2} < x < 1$ の範囲で、 $f'(x) = -\text{ア} + \pi \text{イ}$ の符号を調べる。この範囲の ア と イ の符号から、 $f'(x)$ の符号は シ 。したがって、 $f(x)$ は ス 。

ただし、 シ については、上の B 群の ①～② から、 ス については、上の C 群の ①～③ からそれぞれ 1 つを選べ。

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

一方, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \boxed{\text{コサ}}$ であるから, $f(x)$ は $x = \frac{1}{2}$ では極値をとらない。

以上をまとめると, $0 < x < 1$ の範囲で $f(x)$ が極値をとるような x の値は $\boxed{\text{セ}}$ 。

ただし, $\boxed{\text{セ}}$ については, 以下の D 群の ①~③ から 1 つを選べ。

D 群

- | | |
|--------------|--------------|
| ① 存在しない | ① ちょうど 1 つある |
| ② ちょうど 2 つある | ③ ちょうど 3 つある |

(2) 部分積分を用いると,

$$\int_0^1 f(x) dx = -\frac{1}{\pi} \left[\boxed{\text{ソ}} \right]_0^1 - \frac{1}{\pi} \int_0^1 \boxed{\text{タ}} dx = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\pi}$$

となる。

ただし, $\boxed{\text{ソ}}$, $\boxed{\text{タ}}$ については, 16 ページの A 群の ①~⑦ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで, 同じものを何回選んでもよい。

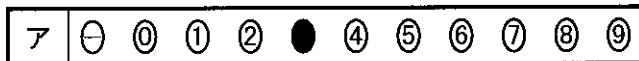
(以 上)

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- ① HBの黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。
- ② 解答を訂正する場合には、消しゴムできれいに消してから、あらためてマークしなさい。
- ③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。
- ④ 所定欄以外にはマークしたり、記入したりしてはいけません。
- ⑤ アの解答を3にマークするときには、以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例



悪いマークの例

ア	⊖	0	1	2	●	4	5	枠外にはみ出してマークしてはいけません。
ア	⊖	0	1	2	●	4	5	枠全体をマークしなさい。
ア	⊖	0	1	2	○	4	5	○でかこんでマークしてはいけません。
ア	⊖	0	1	2	×	4	5	×を書いてマークしてはいけません。