



# (数 学)

[ I ]  $f(x) = x^2 - 2(k-3)x + k^2 - 7k + 9$ ,  $g(x) = |x-k| + k - \frac{14}{5}$  とおく。

ただし,  $k$  は実数の定数とする。

(1)  $k = \frac{1}{2}$  のとき, 連立不等式  $f(x) \leq 0$ ,  $g(x) \leq 0$  を解け。

(2) 不等式  $f(x_1) \leq 0$  を満たす実数  $x_1$  が存在し, かつ不等式  $g(x_2) \leq 0$  を満たす実数  $x_2$  が存在するような,  $k$  の値の範囲を求めよ。

(3) 連立不等式  $f(x) \leq 0$ ,  $g(x) \leq 0$  を満たす実数  $x$  が存在するような,  $k$  の値の範囲を求めよ。

- [ II ]  $k$  は  $k > 1$  を満たす定数とする。2点  $A(0, 6)$ ,  $B(3, 3)$  に対して,  
 $AP : BP = k : 1$  であるような点  $P$  の軌跡を  $C$  とおく。
- (1)  $k = 2$  のとき,  $C$  を図示せよ。
  - (2)  $C$  が  $y$  軸とただ1つの共有点を持つとき,  $k$  の値を求めよ。
  - (3)  $C$  が(2)の条件を満たすとき,  $AP$  の最小値と, そのときの  $P$  の座標を求めよ。

[Ⅲ] 甲と乙の2人が、1つのかごを間に置いて向かい合っている。初めに、甲と乙はそれぞれ3枚の硬貨を持っていて、かごには1枚も硬貨が入っていないとする。この2人が、次の規則により、じゃんけんを何回か繰り返す。

規則：各回、甲も乙も自分が持っている硬貨からそれぞれ1枚を取り出してそれをかごの中に加えてから、じゃんけんをする。そこであいこでなかつたときには、勝った者がかごの中にある硬貨をすべてもらう。あいこのときには、かごの中の硬貨はそのままにして取り出さない。

このとき、次の場合において、最後に甲が持つ硬貨の枚数の期待値を求めよ。

- (1) じゃんけんを1回だけ行う場合。
- (2) じゃんけんをちょうど2回行う場合。
- (3) じゃんけんをちょうど3回行う場合。