2017年度入学試験問題　206

情報科学部A方式

2　限　数　　学　(90分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 問題文は4ページから16ページまでです。
4. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

解答上の注意

1. 問題文中のア，イ，ウ，… のそれぞれには，特に指示がないかぎり，
   －（マイナスの符号），0～9の数が1つずつ入ります。
   当てはまるものを選び，マークシートの解答用紙の対応する欄に
   マークして解答しなさい。
   ただし，分数の形で解答が求められているときには，
   符号は分子に付け，分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。
   また，根号を含む形で解答が求められているときには，
   根号の中に現れる自然数は最小になるように解答しなさい。

例	解答欄	解答	記入のしかた
1.	$\dfrac{\boxed{アイ}\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エオ}}$	$-\dfrac{\sqrt{18}}{22}$	$\dfrac{\boxed{-3}\sqrt{\boxed{2}}}{\boxed{22}}$
2.	$\boxed{ア}x+\boxed{ウエ}$	-5	$\boxed{0}x+\boxed{-5}$

2. マークシート記入上の注意については，問題冊子の裏表紙に記載してあるので，
   この問題冊子を裏返して読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

〔Ⅰ〕

(1) i を虚数単位とする。

$z=\sqrt{3}-i$ のとき，$z^9+\dfrac{1}{z^6}=\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}+\boxed{\text{オカキ}}\,i$ である。

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n-1}{n^2}+\frac{n}{n^2}\right)$ を L とすると，

$L=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(3) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\sqrt{\log_e 16}} xe^{x^2}dx$ の値を I とすると，

$I=\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

（〔Ⅰ〕の問題は続く）

(計　算　用　紙)

(4)　点 (x, y) が，直線 $x+2y=3$ の $x \geqq 0$，$y \geqq 0$ を満たす部分を動くとき，

$2x^2+2y-3$ の値の最大値は $\boxed{\text{スセ}}$ であり，最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(5)　$a>0$ とする。放物線 $y=x^2-a^2$ と x 軸で囲まれた部分を，x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を V とすると，

$$V=\frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{トナ}}}\pi a^{\boxed{\text{ニ}}}\text{ である。}$$

(以上)

(計 算 用 紙)

〔Ⅱ〕

1個のさいころを何回か続けて投げ，さいころを投げるたびに，出た目の数によって点をもらうゲームを行う。

このゲームでは，さいころを1回投げて，偶数の目が出れば2点，奇数の目が出れば4点もらえるものとする。また，さいころを投げて，もらったすべての点の合計が10点以上になったときにゲームを終了するものとする。

(1) さいころをちょうど3回投げ終わったとき，

もらったすべての点の合計が6点である確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり，

8点である確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

また，さいころをちょうど3回投げ終わったとき，

ゲームが終了する確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ である。

(2) さいころを3回投げたときにはゲームが終了せず，さいころをちょうど4回投げ終わったとき，

もらったすべての点の合計が10点である確率は $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ であり，

8点である確率は $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コサ}}$ である。

(3) このゲームが終了したとき，

もらったすべての点の合計が10点である確率は $\dfrac{\boxed{シス}}{\boxed{セソ}}$ である。

(計 算 用 紙)

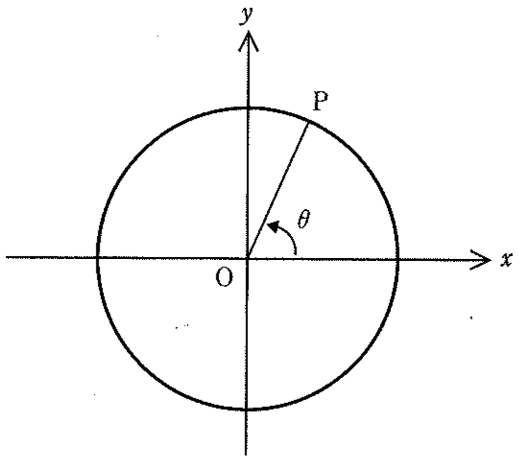
〔Ⅲ〕

原点をOとする座標平面上で，円$x^2+y^2=4$をCとする。

円Cと直線$y=-\sqrt{3}$の2つの交点をQ，Rとする。ただし，点Qのx座標は，点Rのx座標より小さいとする。

C上を動く点Pがあり，動径OPの表す角をθ（$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$）とする。

θを変数とする関数$f(\theta)$を次のように定める。点Pが，点Qまたは点Rと一致するとき，$f(\theta)=0$とし，一致しないとき，三角形PQRの面積を$f(\theta)$とする。



(1) 点Qの座標は$\left(\boxed{\text{アイ}}, \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}\right)$であり，

点Rの座標は$\left(\boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}\right)$である。

（〔Ⅲ〕の問題は続く）

(計 算 用 紙)

(2) 点Pが点Qに一致するとき，$\theta = \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\pi$ であり，

点Pが点Rに一致するとき，$\theta = \dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\pi$ である。

(3) $\theta = \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\pi$，$\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\pi$ のとき，$f(\theta) = 0$ であり，

$0 \leqq \theta < \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\pi$，$\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\pi < \theta \leqq 2\pi$ のとき，

$f(\theta) = \boxed{シ}\sin\theta + \sqrt{\boxed{ス}}$ であり，

$\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\pi < \theta < \dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\pi$ のとき，$f(\theta) = \boxed{セソ}\sin\theta - \sqrt{\boxed{タ}}$ である。

(4) 関数 $f(\theta)$ は，$\theta = \dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\pi$ のとき，最大値 $\boxed{テ} + \sqrt{\boxed{ト}}$ をとる。

(5) 定積分 $\int_0^{2\pi} f(\theta)d\theta$ の値を J とすると，

$$J = \boxed{ナ} + \frac{\boxed{ニ}\sqrt{\boxed{ヌ}}}{\boxed{ネ}}\pi \text{ である。}$$

(以上)

(計　算　用　紙)

〔Ⅳ〕

a を 1 以上の整数，b を整数とする。放物線 $y = ax^2 + bx - 4$ を S とする。

(1) 放物線 S は，a，b の値にかかわらず，点 $\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イウ}}\right)$ を通る。

(2) 2 次方程式 $ax^2 + bx - 4 = 0$ の 2 つの解を α，β とおくと，

$$\alpha\beta = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{a}$$ である。

放物線 S と x 軸の 2 つの交点の x 座標がともに整数であるとき，
a のとりうる値は，小さい順に $\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ である。
$a = \boxed{\text{カ}}$ のとき，b のとりうる値は小さい順に $\boxed{\text{ケコ}}$，$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ である。

(3) 放物線 S と x 軸の 2 つの交点の x 座標がともに整数であるとき，S の上にあり，x 座標と y 座標がともに整数で，さらに y 座標が負である点の個数を n とする。
$a = \boxed{\text{カ}}$，$b = \boxed{\text{ケコ}}$ のとき，n は $\boxed{\text{ス}}$ である。
また，n の値が最小となるのは，$a = \boxed{\text{セ}}$，$b = \boxed{\text{ソ}}$ のときであり，n の最小値は $\boxed{\text{タ}}$ である。

（計 算 用 紙）

〔V〕

座標平面上に3点A$(-4, 0)$, B$(2, 0)$, C$(0, 3)$がある。A, B, Cを頂点とする△ABCの内心をIとし，△ABCと内接円の接点をD, E, Fとする。ただし，Dは線分AB上，Eは線分BC上，Fは線分CA上にある。

(1) 線分ADの長さをa，線分BEの長さをb，線分CFの長さをcとすると

$$\begin{cases} a+b = \boxed{ア} \\ b+c = \sqrt{\boxed{イウ}} \\ c+a = \boxed{エ} \end{cases}$$

となり

$$a = \frac{\boxed{オカ} - \sqrt{\boxed{キク}}}{\boxed{ケ}}$$

となる。

(2) $\angle \mathrm{IAB} = \theta$とすると，$\tan 2\theta = \dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$となる。

一般に，$\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$が成り立つので，$\tan\theta = \dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$となる。

よって，Iの座標は$\left(\dfrac{\boxed{セ} - \sqrt{\boxed{ソタ}}}{\boxed{チ}}, \dfrac{\boxed{ツテ} - \sqrt{\boxed{トナ}}}{\boxed{ニ}} \right)$となる。

(計 算 用 紙)

（計　算　用　紙）

(計　算　用　紙)

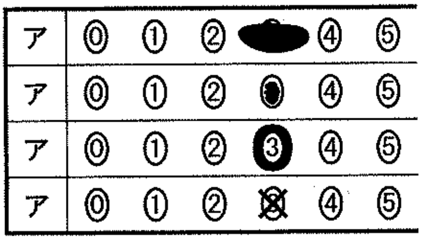
記入上の注意

マークシート解答は，鉛筆でマークしたものを機械が直接読みとって採点する。したがって解答はHBの黒鉛筆でマークすること(万年筆，ボールペン，シャープペンシルなどを使用しないこと)。

① 記入例 **ア**の解答を３にマークする場合。

正しいマークの例

悪いマークの例



枠外にはみ出してマークしないこと。
枠全体をマークするようにしなさい。
〇でかこんでマークしないこと。
×を書いてマークしないこと。

② 解答を訂正する場合は，消しゴムでよく消してから，あらためてマークすること。

③ 解答用紙をよごしたり，折りまげたりしないこと。

④ 問題に指定された数よりも多くマークしないこと。