2015 年度入学試験問題　206

情報科学部A方式

2 限　数　　学　(90 分)

〈注意事項〉
1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開かないこと。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 問題文は2ページから7ページまでです。
4. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

解答上の注意

1. 問題文中のア，イ，ウ，… のそれぞれに当てはまるものを問題ごとの解答群から1つずつ選び，マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。なお，以下に示す例の通りマークしなさい。例の通りになっていない場合は適切な採点ができない場合があるので注意すること。また，分数の形で解答が求められているときには，既約分数で解答しなさい。マークシートの解答欄は，出題者が想定する解答を踏まえ，不足がないように作成しているので，その点に留意して解答すること。

例	解答欄	解答	記入のしかた
1.	$\dfrac{\boxed{アイウ}\sqrt{\boxed{エオ}}}{\boxed{カキクケ}}$	$-\dfrac{\sqrt{18}}{22}$	$\dfrac{\boxed{-03}\sqrt{\boxed{02}}}{\boxed{0022}}$ 整数の解答(分数の分母と分子を含む)の際は，右詰で，余った上位の桁には0の選択肢を選びなさい。 負の符号が必要な場合は分子の先頭になるように選択肢を選びなさい。 根号の中はできるだけ小さい数になるように選択肢を選びなさい。
2.	$\dfrac{\boxed{アイウ}}{\boxed{エオカ}}x+\dfrac{\boxed{キクケ}}{\boxed{コサシ}}$	-5	$\dfrac{\boxed{000}}{\boxed{001}}x+\dfrac{\boxed{-05}}{\boxed{001}}$
3.	$\dfrac{\boxed{アイウ}a^2+\boxed{エオカ}a+\boxed{キクケ}}{\boxed{コサシ}a^2+\boxed{スセソ}a+\boxed{タチツ}}$	$\dfrac{-4a^2+2a}{2a^3+6a^2}$	$\dfrac{\boxed{000}a^2+\boxed{-02}a+\boxed{001}}{\boxed{001}a^2+\boxed{003}a+\boxed{000}}$ 既約分数になるように選択肢を選びなさい。

2. マークシート記入上の注意については，問題冊子の裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

〔Ⅰ〕

原点を中心とする半径1の単位円と，点$(-1, 0)$を通る傾きtの直線の交点の座標を$(-1, 0)$，および(X, Y)とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　X，Yをtを用いて表せ。

$$X = \frac{\boxed{アイウ}\,t^2 + \boxed{エオカ}\,t + \boxed{キクケ}}{\boxed{コ}\,t^2 + \boxed{サシス}\,t + \boxed{セソタ}},$$

$$Y = \frac{\boxed{チツテ}\,t^2 + \boxed{トナニ}\,t + \boxed{ヌネノ}}{\boxed{ハ}\,t^2 + \boxed{ヒフヘ}\,t + \boxed{ホマミ}}$$

(2)　$(-1, 0)$，$(1, 0)$，(X, Y)を頂点とする三角形の面積をS_1とし，$(X, 0)$，$(1, 0)$，(X, Y)を頂点とする三角形の面積をS_2としたとき，$S_1 : S_2 = 170 : 49$となった。tの値を求めよ。ただし$t > 0$とする。

$$t = \frac{\boxed{ムメモ}}{\boxed{ヤユヨ}}$$

$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ケ}$，$\boxed{サ}$ ～ $\boxed{ノ}$，$\boxed{ヒ}$ ～ $\boxed{ヨ}$ の解答群

⓪　0	①　1	②　2	③　3	④　4
⑤　5	⑥　6	⑦　7	⑧　8	⑨　9
⑩　－				

$\boxed{コ}$ および $\boxed{ハ}$ の解答群

⓪　0	①　1

(3)　座標平面上の点で x 座標，y 座標がともに有理数であるものを有理点と呼ぶ。このとき，下記の**命題** A から**命題** D の真偽について選択肢から最も適切なものを選択し，次の文を完成させよ。

「**命題** A は $\boxed{ラ}$ 。**命題** B は $\boxed{リ}$ 。**命題** C は $\boxed{ル}$ 。**命題** D は $\boxed{レ}$ 。」

命題 A：t が有理数であるならば，(X, Y) は有理点となる。

命題 B：単位円上の点 (X, Y) が有理点でないとき，$(-1, 0)$ と (X, Y) を通る直線の傾きは無理数となる。

命題 C：単位円上の有理点は 17 個以上存在する。

命題 D：単位円上の異なる三つの有理点で作られる三角形の面積は 1 以下となる。

$\boxed{ラ}$ ～ $\boxed{レ}$ の解答群

⓪　真である	①　偽である	②　真であることも偽であることもある

〔Ⅱ〕

$n \geqq 0$ に対し，S_n，T_n をそれぞれ，$S_n = \sin n\theta$，$T_n = \cos n\theta$ と定義する。このとき，以下の問いに答えよ。必要があれば，次式で示すコサインの加法定理を用いてよい。

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

(1) T_{n+1}，T_{n-1}（$n \geqq 1$）をそれぞれ，S_n，S_1，T_n，T_1 を使って表せ。

(2) T_{n+1}（$n \geqq 1$）を T_n，T_{n-1}，T_1 を使って表せ。

(3) $\cos 4\theta$ を $\cos\theta$ の多項式で表せ。

$$\cos 4\theta = \boxed{アイウ}\cos^4\theta + \boxed{エオカ}\cos^3\theta + \boxed{キクケ}\cos^2\theta + \boxed{コサシ}\cos\theta + \boxed{スセソ}$$

(4) $\cos 4\theta = 0$ を満足する θ（$0 \leqq \theta < \pi$）の値を求め，値の小さい順に記入せよ（$\cos 4\theta = 0$ となる θ が4個未満となる場合は，解の個数分先頭からマークシートに解答を記入し，残りのマークシートには何も記入しないこと。）

$$\theta = \frac{\boxed{タチ}\,\pi}{\boxed{ツテ}},\ \frac{\boxed{トナ}\,\pi}{\boxed{ニヌ}},\ \frac{\boxed{ネノ}\,\pi}{\boxed{ハヒ}},\ \frac{\boxed{フヘ}\,\pi}{\boxed{ホマ}}$$

(5) $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{5\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

$\left(\cos\left(\frac{\pi}{8}\right),\ \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right),\ \cos\left(\frac{5\pi}{8}\right),\ \cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)\text{ の積}\right)$ の値を求めよ。

$$\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{5\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{7\pi}{8}\right) = \frac{\boxed{ミムメ}}{\boxed{モヤ}}$$

$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ヤ}$ の解答群

⓪	0	①	1	②	2	③	3	④	4
⑤	5	⑥	6	⑦	7	⑧	8	⑨	9
⑩	−								

〔Ⅲ〕

(1) 次の定積分を計算せよ。

$$\int_0^2 \sqrt{16-x^2}\,dx = \frac{\boxed{アイウ}}{\boxed{エオ}}\pi + \frac{\boxed{カキク}\sqrt{\boxed{ケコ}}}{\boxed{サシ}}$$

(2) $f(x)$ を $f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(t-x)\,dt$ と定義する。このとき以下の問いに答えよ。

(a) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(b) $f(x)$ の値が最小となる x の値を求めよ。ただし，$0 \leqq x \leqq 2\pi$ とする。

$$x = \frac{\boxed{スセソ}}{\boxed{タチ}}\pi$$

(3) 点Oを原点とする xyz 空間において，点Oを中点とする x 軸上の2点A，Bと，線分AB上を動く点Pを考える。また，点Oを中心とし点A，Bを通る xy 平面上の円Qが，Pを通り y 軸に平行な直線と交わる点をRおよびSとする。今，線分RSを一辺とし，円Qの面に対して垂直な正三角形RSTを考える。ただし点Tの z 座標は0以上とする。Pが線分AB上をAからBまで動くとき，正三角形RSTが通過してできる立体の体積が12となった。このとき線分ABの長さを求めよ。

$$長さ：\frac{\boxed{ツテト}\sqrt{\boxed{ナニ}}}{\boxed{ヌネ}}$$

$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ネ}$ の解答群

⓪ 0	① 1	② 2	③ 3	④ 4
⑤ 5	⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9
⑩ −				

〔Ⅳ〕

(1) 任意の負でない a, b について,

$$\frac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab}$$

を示せ。

(2) a, b, c を $a+b+c=1$ を満たす正の数とする。このとき

$$\left(\frac{1}{a}-1\right)\left(\frac{1}{b}-1\right)\left(\frac{1}{c}-1\right) \geqq 8$$

を示せ。

(3) a, b, c を $\dfrac{1}{a+1}+\dfrac{1}{b+1}+\dfrac{1}{c+1}=1$ を満たす正の数とする。このとき

$$abc \geqq 8$$

を示せ。

(計 算 用 紙)

(計　算　用　紙)

(計　算　用　紙)

(計 算 用 紙)

（計　算　用　紙）

（計　算　用　紙）

(計　算　用　紙)

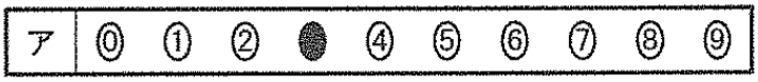
(計 算 用 紙)

記入上の注意

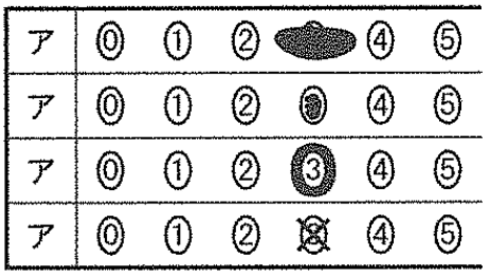
マークシート解答は，鉛筆でマークしたものを機械が直接読みとって採点する。したがって解答はHBの黒鉛筆でマークすること(万年筆，ボールペン，シャープペンシルなどを使用しないこと)。

① 記入例 **ア**の解答を３にマークする場合。

正しいマークの例



悪いマークの例



枠外にはみ出してマークしないこと。
枠全体をマークするようにしなさい。
〇でかこんでマークしないこと。
×を書いてマークしないこと。

② 解答を訂正する場合は，消しゴムでよく消してから，あらためてマークすること。

③ 解答用紙をよごしたり，折りまげたりしないこと。

④ 問題に指定された数よりも多くマークしないこと。