

情報科学部 A 方式

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 問題文は 2 ページから 7 ページまでです。
4. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

解答上の注意

1. 問題文中のア, イ, ウ, … のそれぞれに当てはまるものを問題ごとの解答群から 1 つずつ選び, マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。なお, 以下に示す例の通りマークしなさい。例の通りになっていない場合は適切な採点ができない場合があるので注意すること。また, 分数の形で解答が求められているときには, 既約分数で解答しなさい。

例	解答欄	解答	記入のしかた
1.	$\frac{\boxed{\text{アイウ}} \sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カキクケ}}}$	$-\frac{\sqrt{18}}{22}$	$\frac{\boxed{-03} \sqrt{\boxed{02}}}{\boxed{0022}}$ <p>整数の解答(分数の分母と分子を含む)の際は, 右詰で, 余った上位の桁には 0 の選択肢を選びなさい。 負の符号が必要な場合は分子の先頭になるように選択肢を選びなさい。 根号の中はできるだけ小さい数になるように選択肢を選びなさい。</p>
2.	$\frac{\boxed{\text{アイウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}}x + \frac{\boxed{\text{キクケ}}}{\boxed{\text{コサシ}}}$	$-5$	$\frac{\boxed{000}}{\boxed{001}}x + \frac{\boxed{-05}}{\boxed{001}}$

2. マークシート記入上の注意については, 問題冊子の裏表紙に記載してありますから, この問題冊子を裏返して読みなさい。ただし, 問題冊子を開いてはいけません。

[I]

$xy$  平面上の曲線  $C$  が、媒介変数  $t$  を用いて  $x = a \cos t$ ,  $y = b \sin t$   
( $0 < t < \frac{\pi}{2}$ ,  $a, b$  は正の実数) と表されている。次の問いに解答せよ。

- (1) 曲線  $C$  上の点  $P(x_0, y_0)$  における接線  $\ell$  の傾きと  $y$  切片を、 $a, b, x_0, y_0$  を用いて表せ。
- (2)  $t_0$  ( $0 < t_0 < \frac{\pi}{2}$ ) を  $x_0 = a \cos t_0$ ,  $y_0 = b \sin t_0$  となるように定めたとき、接線  $\ell$  と  $x$  軸,  $y$  軸で囲まれる三角形の面積  $S$  を  $a, b, t_0$  の式で表せ。
- (3)  $S$  が最小になるときの  $t_0$  の値と面積  $S$  の値を求めよ。

[II]

以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

(1) 次の二つの命題  $A, B$  に対して,  $A$  は  $B$  の **ア**。

命題  $A$  : 自然数  $a$  は 2 で割っても, 5 で割っても 1 余る

命題  $B$  : 自然数  $a$  は 20 で割ると 1 余る

(2) 次の二つの命題  $A, B$  に対して,  $A$  は  $B$  の **イ**。

命題  $A$  : 自然数  $a$  と 6000 の最大公約数が 1 となる

命題  $B$  : 自然数  $a$  は 2 でも 3 でも 5 でも割り切れない

**ア**, **イ** の解答群

- |             |                  |
|-------------|------------------|
| ① 必要条件である   | ④ 十分条件である        |
| ② 必要十分条件である | ③ 必要条件でも十分条件でもない |

(3) 1 以上 6000 以下の整数の中で, 以下の性質を満たす整数の個数を求めよ。

(a) 2 で割り切れる整数の個数は **ウエオカ** 個である。

(b) 2, 3, 5 の全てで割り切れる整数の個数は **キクケコ** 個である。

(c) 2, 3, 5 の 1 つ以上で割り切れる整数の個数は **サシスセ** 個である。

(d) 2, 3, 5 の 2 つ以上で割り切れる整数の個数は **ソタチツ** 個である。

**ウ** ~ **ツ** の解答群

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① 0 | ② 1 | ③ 2 | ④ 3 | ⑤ 4 |
| ⑥ 5 | ⑦ 6 | ⑧ 7 | ⑨ 8 | ⑩ 9 |

## 〔Ⅲ〕

$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ,  $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  とする。以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。設問(4), (5)については指示に従い, 記述式でも解答せよ。

- (1)  $AX = kX$  ( $k$  は実数,  $X \neq O$ ) となる  $X$  が存在するための  $k$  の値  $k_1$  および  $k_2$  ( $k_1 > k_2$ ) を求めよ。

$$k_1 = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}, \quad k_2 = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}$$

- (2) (1)で求めた  $k_1, k_2$  に対して,  $AX = k_1X$  を満たす  $X$  を  $X_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $AX = k_2X$  を満たす  $X$  を  $X_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ 1 \end{pmatrix}$  とおく。  $x_1, x_2$  を求めよ。

$$x_1 = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}, \quad x_2 = \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$$

- (3) (2)で求めた  $x_1, x_2$  を用いて, 行列  $B$  を  $B = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  としたとき,  $C = B^{-1}AB$  で定める行列  $C$  を求めよ。

$$C = \begin{pmatrix} \boxed{\text{チツ}} & \boxed{\text{ナニ}} \\ \boxed{\text{テト}} & \boxed{\text{ヌネ}} \\ \boxed{\text{ノハ}} & \boxed{\text{ヘホ}} \\ \boxed{\text{ヒフ}} & \boxed{\text{マミ}} \end{pmatrix}$$

ア ~ ミ の解答群

⑩ 0	① 1	② 2	③ 3	④ 4
⑤ 5	⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9
⑩ -				

(4)  $P_n = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) について,  $P_{n+1} = AP_n$ ,  $P_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$  の関係が成り立つとき,  $a_n, b_n$  の一般項を示せ。

(5)  $a_n, b_n$  のそれぞれについて, 収束・発散・振動のいずれになるかを答えよ。さらに, 収束する場合は極限値を, それ以外の場合は「なし」を記述式解答欄に記入せよ。

$a_n$  は △ する。  $b_n$  は × する。

△, × の解答群

① 収束	① $\infty$ に発散	② $-\infty$ に発散	③ 振動
------	----------------	-----------------	------

[IV]

三角形 OAB の辺 OA を 1 : 3 に内分する点を C, 辺 OB を 2 : 1 に内分する点を D とする。AD の延長上に AD = DE となる点 E をとり, 直線 OE と直線 BC の交点を F とする。ベクトル  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$  とする。

以下の空欄に入れるのに最も適切なものを解答群から選べ。

- (1) ベクトル  $\vec{OE}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  で表せ。

$$\vec{OE} = \frac{\boxed{\text{アイウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{キクケ}}}{\boxed{\text{コサシ}}} \vec{b}$$

- (2) ベクトル  $\vec{OF}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  で表せ。

$$\vec{OF} = \frac{\boxed{\text{スセソ}}}{\boxed{\text{タチツ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{テトナ}}}{\boxed{\text{ニヌネ}}} \vec{b}$$

- (3) ベクトル  $\vec{OP}$  が以下の関係を満たすとき, 点 P の存在範囲を解答欄に図示せよ。ただし, 点 C も図示すること。

$$\vec{OP} = (1-t)\vec{OA} + t\vec{OB} + s\vec{OC}, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad 0 \leq s \leq 1$$

- (4) 三角形 ABC の面積を  $S_1$ , 点 P の存在範囲の面積を  $S_2$  としたとき,

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\boxed{\text{ノハヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フヘ}}}}{\boxed{\text{ホマミ}}}$$

となる。

ア ~ ミ の解答群

①	0	②	1	③	2	④	3	⑤	4
⑥	5	⑦	6	⑧	7	⑨	8	⑩	9
⑪	-								

(計 算 用 紙)



(計算用紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計 算 用 紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計 算 用 紙)

## 記入上の注意

マークシート解答は、鉛筆でマークしたものを機械が直接読みとって採点する。したがって解答はHBの黒鉛筆でマークすること(万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを使用しないこと)。

### ① 記入例 アの解答を3にマークする場合。

正しいマークの例

ア	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	0	1	2	●	4	5	枠外にはみ出してマークしないこと。
ア	0	1	2	●	4	5	枠全体をマークするようにしなさい。
ア	0	1	2	○	4	5	○でかこんでマークしないこと。
ア	0	1	2	✕	4	5	✕を書いてマークしないこと。

- ② 解答を訂正する場合は、消しゴムでよく消してから、あらためてマークすること。
- ③ 解答用紙をよごしたり、折りまげたりしないこと。
- ④ 問題に指定された数よりも多くマークしないこと。