

デザイン工学部A方式 I 日程・理工学部A方式 I 日程

生命科学部A方式 I 日程

2 限 数 学 (90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入下さい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答下さい。指定されていない問題を解答した場合、採点の対象としないので注意下さい。
4. 問題文は 4 ページから 19 ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読み下さい。

(1) 解答上の注意

問題文中の ア, イ, ウ … のそれぞれには、特に指示がないかぎり、 $-$ (マイナスの符号), または $0 \sim 9$ までの数が 1 つずつ入ります。当てはまるものを選び、マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答下さい。

ただし、分数の形で解答が求められているときには、符号は分子に付け、分母・分子をできる限り約分して解答下さい。

また、根号を含む形で解答が求められているときには、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答下さい。

〔例〕

$$\frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$$
 に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには、以下のようにマーク下さい。

ア	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	<input type="radio"/>	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9
ウ	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	<input checked="" type="radio"/>	5	6	7	8	9

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読み下さい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

[I]

四面体 OABC において、 $OA = OB = 4$ 、 $OC = 3$ 、 $AC = BC$ 、 $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = 6$ である。また、 $\angle AOB = \theta$ とおく。

(1) $AB = \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}} - \boxed{\text{ウ}}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ウ}}$ については、以下の ①～⑨ から 1 つを選べ。

- ① $\sin \theta$ ④ $2 \sin^2 \theta$ ⑦ $3 \cos \theta$
 ② $2 \sin \theta$ ⑤ $\cos \theta$ ⑧ $\cos^2 \theta$
 ③ $\sin^2 \theta$ ⑥ $2 \cos \theta$ ⑨ $2 \cos^2 \theta$

(2) $\cos \angle AOC = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ であり、 $AC = \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}$ となる。

(3) 辺 AB の中点を M とすると、 $CM = \sqrt{\boxed{\text{ク}} + \boxed{\text{ケ}} \cos \theta}$ である。

三角形 ABC の面積 S を θ を用いて表すと、

$$S = \boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サシス}} \cos^2 \theta + \boxed{\text{セ}} \cos \theta + \boxed{\text{ソタ}}}$$

であり、 S は、 $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ のとき、最大値 $\frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ をとる。

(計 算 用 紙)

[II]

実数 s, t は,

$$(s^2 + 1)(t^2 + 1) + 2st = 6$$

を満たすとする。 $p = s + t, q = st$ とおく。

(1) xy 平面上の点 (p, q) は, 曲線

$$x^{\boxed{\text{ア}}} + y^{\boxed{\text{イ}}} = \boxed{\text{ウ}} \dots\dots\dots \text{①}$$

の上にある。

(2) s, t は, z を未知数とする方程式

$$z^2 - pz + q = 0$$

の 2 解である。したがって, $x = p, y = q$ は,

$$x^2 - \boxed{\text{エ}} y \geq 0 \dots\dots\dots \text{②}$$

を満たす。

(3) $s = t$ のとき, $p = \pm \boxed{\text{オ}}$, $q = \boxed{\text{カ}}$ であり, $(s - 1)(t - 1) = \boxed{\text{キ}}$,
 $\boxed{\text{ク}}$ となる。

ただし, $\boxed{\text{キ}} < \boxed{\text{ク}}$ とする。

((II)の問題は次ページに続く。)

(4) k を定数とする。 s, t が $k = (s - 1)(t - 1)$ を満たすとき、 xy 平面上の点 (p, q) は、直線 $y = x + \boxed{\text{ケ}}$ の上にある。

ただし、 $\boxed{\text{ケ}}$ については、以下の ①～⑧ から 1 つを選べ。

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ $k - 2$
 ⑤ $k - 1$ ⑥ k ⑦ $k + 1$ ⑧ $k + 2$

直線 $y = x + \boxed{\text{ケ}}$ を l とする。

l が曲線 ① に接するとき、 $k = \pm \sqrt{\boxed{\text{コサ}}} + \boxed{\text{シ}}$ である。 ② を満たす、

l と曲線 ① の接点の座標は、 $\left(\frac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \frac{\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソ}}} \right)$ である。

〔Ⅲ〕

a, b, x, y を定数とし、 $a < b$ とする。行列

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x & y \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

は、 $AX = XB$ を満たすとする。

このとき、 $a = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b = \boxed{\text{イ}}$ 、 $x = \boxed{\text{ウ}}$ 、 $y = \boxed{\text{エ}}$ であり、

$$X^{-1} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{オ}} & \boxed{\text{カ}} \\ \boxed{\text{キ}} & \boxed{\text{ク}} \end{pmatrix}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{ク}}$ については、以下の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

- ① 0 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5 ⑥ -1 ⑦ -2 ⑧ -3 ⑨ -4

(〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。)

n を自然数とする。

$$B^n = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ケ}} & \boxed{\text{コ}} \\ \boxed{\text{サ}} & \boxed{\text{シ}} \end{pmatrix}$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{ケ}} \sim \boxed{\text{シ}}$ については、以下の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

- ① 0 ② 1 ③ 2^n ④ 3^n ⑤ 4^n
⑥ $(-2)^n$ ⑦ $(-3)^n$ ⑧ $(-4)^n$ ⑨ 2^{n-1} ⑩ 4^{n-1}

A^n の $(1, 1)$ 成分を c とおくと、 $c = \boxed{\text{ス}} \times 2^n - \boxed{\text{セ}} \times 2^{2n}$ であり、 c が -1012 以下になる最小の n は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

次の問題〔IV〕は、デザイン工学部システムデザイン学科、生命科学部生命機能学
科生命機能学専修のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔IV〕

O を原点とする座標平面上に、曲線 C がある。C は、媒介変数 t により

$$x = \frac{1}{\cos t}, \quad y = \sqrt{3} \tan t$$

で表されるとする。ただし、 $\cos t \neq 0$ とする。

C の方程式は、

$$x^2 - \frac{y^2}{\boxed{\text{ア}}} = \boxed{\text{イ}}$$

である。

C の、傾きが正の漸近線 l の方程式を $y = ax + b$ とおくと、 $a = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ 、
 $b = \boxed{\text{エ}}$ である。

(〔IV〕の問題は次ページに続く。)

C上の点P $\left(\frac{1}{\cos t}, \sqrt{3} \tan t\right)$ と l の距離を d とおくと、

$$d^2 = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \left(\boxed{\text{キ}} \right)^2$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{キ}}$ については、以下の①～⑨から1つを選べ。

- ① $\sin t$ ④ $1 + \cos t$ ⑦ $1 - \sin t$
 ② $\tan t$ ⑤ $1 - \cos t$ ⑧ $\frac{\cos t}{1 - \sin t}$
 ③ $\frac{1}{\cos t}$ ⑥ $1 + \sin t$ ⑨ $\frac{1 - \sin t}{\cos t}$

以下、点Pが第1象限にあり、 $d = \frac{1}{2}$ とする。このとき、 $\cos t = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$

である。

Pを通り、 l に垂直な直線と l の交点をQとすると、 $OQ = \frac{\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ で

あり、 $\cos \angle POQ = \frac{\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

次の問題〔V〕は、デザイン工学部システムデザイン学科、生命科学部生命機能学
科生命機能学専修のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔V〕

k を正の定数とする。放物線 $y = x^2 - kx - k(k+1)$ を C 、 C 上の $x=k$ である点における C の接線を l とし、 l と x 軸の交点の x 座標を a とする。

(1) l の方程式は、 $y = \boxed{\text{ア}}x - \boxed{\text{イ}}(\boxed{\text{ウ}} + 1)$ であり、 $a = \boxed{\text{エ}} + 1$ である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}} \sim \boxed{\text{エ}}$ については、以下の ①～⑧ からそれぞれ 1 つを選べ。

- | | | | |
|--------|---------|---------|----------|
| ① k | ② $2k$ | ③ $3k$ | ④ k^2 |
| ⑤ $-k$ | ⑥ $-2k$ | ⑦ $-3k$ | ⑧ $-k^2$ |

(2) C と l 、および直線 $x = a$ で囲まれた部分の面積を S とおく。 S は、 k を用いて表すと、

$$S = \frac{1}{\boxed{\text{オ}}}(k^3 + \boxed{\text{カ}}k^2 + \boxed{\text{キ}}k + \boxed{\text{ク}})$$

である。

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

- (3) k を自然数とする。 C と l 、および直線 $x = a$ で囲まれた部分(境界線を含む)に含まれる格子点の個数を b_k とおく。ここで、格子点とは、 x 座標と y 座標がともに整数である点のことである。

$b_1 = \boxed{\text{ケ}}$ である。また、

$$b_k = \frac{1}{\boxed{\text{コ}}} \left(\boxed{\text{サ}} k^3 + \boxed{\text{シ}} k^2 + \boxed{\text{スセ}} k + \boxed{\text{ソタ}} \right)$$

である。

次の問題〔VI〕は、デザイン工学部都市環境デザイン工学科、理工学部機械工学科
 機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔VI〕

(1) n を自然数とし、

$$a_n = \int_0^1 x(1-x)^n dx$$

とする。

$$a_n = \boxed{\text{ア}}, \quad \sum_{k=1}^n a_k = \boxed{\text{イ}}$$

$$\sum_{k=1}^{3n} \frac{1}{a_k} = \boxed{\text{ウ}} n^3 + \boxed{\text{エオ}} n^2 + \boxed{\text{カキ}} n$$

である。

ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ については、以下の①～⑨からそれぞれ1つを選
 べ。

① $\frac{1}{n}$

① $\frac{1}{n+1}$

② $\frac{1}{n+2}$

③ $\frac{n}{n+1}$

④ $\frac{n}{n+2}$

⑤ $\frac{n}{2(n+1)}$

⑥ $\frac{n}{2(n+2)}$

⑦ $\frac{n+1}{2(n+2)}$

⑧ $\frac{1}{n(n+1)}$

⑨ $\frac{1}{(n+1)(n+2)}$

(〔VI〕の問題は次ページに続く。)

(2) n を 1 以上 10 以下の自然数とし,

$$b_n = \int_0^1 x^{11-n}(1-x)^n dx$$

とする。

$$b_1 = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコサ}}} \text{である。}$$

$$n \geq 2 \text{ のとき, } b_n = \boxed{\text{シ}} b_{n-1} \text{ であり, } b_6 = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソタチ}}} \text{ である。}$$

ただし, $\boxed{\text{シ}}$ については, 以下の ①~⑨ から 1 つを選べ。

① $\frac{1}{n}$

① $\frac{1}{n+1}$

② $\frac{11-n}{n}$

③ $\frac{12-n}{n}$

④ $\frac{11-n}{n+1}$

⑤ $\frac{12-n}{n+1}$

⑥ $\frac{n}{11-n}$

⑦ $\frac{n}{12-n}$

⑧ $\frac{n+1}{11-n}$

⑨ $\frac{n+1}{12-n}$

次の問題〔Ⅶ〕は、デザイン工学部都市環境デザイン工学科、理工学部機械工学科
機械工学専修・応用情報工学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

e を自然対数の底とし、 s が $0 \leq s \leq 1$ を満たすとき、

$$f(x) = e^x \sqrt{x^2 - 2sx + s} \quad (x \geq 0)$$

とする。

(1) $0 \leq s \leq \frac{1}{2}$ のとき、 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ア}}$ において最小値 $\boxed{\text{イ}}$ をとり、

$\frac{1}{2} < s \leq 1$ のとき、 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ウ}}$ において最小値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{ウ}}$ については、次ページのA群の①～⑨から、 $\boxed{\text{イ}}$ 、

$\boxed{\text{エ}}$ については、次ページのB群の①～⑨からそれぞれ1つを選べ。

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

A 群

① 0

① 1

② -1

③ s

④ -s

⑤ $s - \frac{1}{2}$

⑥ $s + \frac{1}{2}$

⑦ $2s - 1$

⑧ $2s + 1$

⑨ $s - 1$

B 群

① $e^{\sqrt{1-s}}$

① $e^{-1\sqrt{1+3s}}$

② $e^{-s\sqrt{3s^2-s}}$

③ $e^s\sqrt{s-s^2}$

④ \sqrt{s}

⑤ $e^{s-1}\sqrt{1+s-s^2}$

⑥ $e^{2s+1}\sqrt{1+3s}$

⑦ $e^{2s-1}\sqrt{1-s}$

⑧ $e^{s+\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{4}+s-s^2}$

⑨ $e^{s-\frac{1}{2}}\sqrt{s+\frac{1}{4}}$

(〔VII〕の問題は次ページに続く。)

(2)

$$g(s) = \begin{cases} \boxed{\text{イ}} & \left(0 \leq s \leq \frac{1}{2}\right) \\ \boxed{\text{エ}} & \left(\frac{1}{2} < s \leq 1\right) \end{cases}$$

とおく。 $g(s)$ は、 $s = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ において最大値 $\boxed{\text{キ}}$ をとる。

ただし、 $\boxed{\text{キ}}$ については、以下のC群の①～⑨から1つを選べ。

C 群

- ① $\frac{1}{2}$ ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{1}{e}$
⑤ $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ⑥ $\frac{\sqrt{e}}{2}$ ⑦ $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{e}}$ ⑧ $\frac{3}{2e}$ ⑨ $\frac{3}{2\sqrt{e}}$

(〔VII〕の問題は次ページに続く。)

- (3) (2)で定めた $g(s)$ に対して, st 平面上の曲線 $t = g(s)$ と s 軸で囲まれた図形を, s 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は, $\frac{\pi}{\boxed{\text{クケ}}}(e^2 - \boxed{\text{コ}})$ である。

(以 上)

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには、以下のことに注意してマークしなさい。

- ① HBの黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆、ボールペン、シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。
- ② 解答を訂正する場合には、消しゴムできれいに消してから、あらためてマークしなさい。
- ③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。
- ④ 所定欄以外にはマークしたり、記入したりしてはいけません。
- ⑤ アの解答を3にマークするときには、以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

ア	⊖	⊙	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

悪いマークの例

ア	⊖	⊙	①	②	③	④	⑤	枠外にはみ出してマークしてはいけません。			
ア	⊖	⊙	①	②	③	④	⑤	枠全体をマークしなさい。			
ア	⊖	⊙	①	②	③	④	⑤	○でかこんでマークしてはいけません。			
ア	⊖	⊙	①	②	③	④	⑤	×を書いてマークしてはいけません。			