2017 年度入学試験問題　　214

デザイン工学部A方式Ⅱ日程・理工学部A方式Ⅱ日程
生命科学部A方式Ⅱ日程

2 限　数　　学（90 分）

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答しなさい。指定されていない問題を解答した場合，採点の対象としないので注意すること。
4. 問題文は 4 ページから 22 ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1) 解答上の注意

問題中の ア，イ，ウ，… のそれぞれには，特に指示がないかぎり，－（マイナスの符号），または 0 ～ 9 までの数が 1 つずつ入ります。当てはまるものを選び，マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし，分数の形で解答が求められているときには，符号は分子に付け，分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。

また，根号を含む形で解答が求められているときには，根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔例〕

$\dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウエ}}$ に $\dfrac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには，以下のようにマークしなさい。

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	⊖	⓪	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	⓪	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

生命科学部応用植物科学科を志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅳ〕〔Ⅴ〕を解答せよ。

デザイン工学部建築学科，理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科・生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生は，〔Ⅰ〕〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕〔Ⅵ〕〔Ⅶ〕を解答せよ。

〔Ⅰ〕

(1) $x = \log_2 3$ であるとき，$2^x = \boxed{ア}$，$4^x + 4^{-x} = \dfrac{\boxed{イウ}}{\boxed{エ}}$ である。

(2) x の整式 $P(x)$ を $x - 1$ で割った余りが 9 で，$x^2 + 1$ で割った余りが $3x + 10$ である。a，b，c を実数として，$P(x)$ を $x^3 - x^2 + x - 1$ で割った余りを $ax^2 + bx + c$ とおくとき，$a = \boxed{オカ}$，$b = \boxed{キ}$，$c = \boxed{ク}$ である。

(3) 赤玉，白玉，黒玉がそれぞれ2個ずつある。これら6個の玉を左から右に1列に並べるとき，その並べ方は $\boxed{ケコ}$ 通りである。

(〔Ⅰ〕の問題は次ページに続く。)

(4) 三角形ABCの辺の長さが，それぞれ$AB = 3$，$AC = 5$，$BC = \sqrt{10}$である。

$\cos \angle A$の値は$\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$である。三角形ABCの面積は$\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$である。

(5) xが不等式$|x^2 - 4x + 2| < 2$を満たすことは，xが

$$\boxed{ソタ} < x^2 - 4x + 2 < \boxed{チ}$$

を満たすことと同値である。

不等式$|x^2 - 4x + 2| < 2$の解は，

$$\boxed{ツ} < x < \boxed{テ},\quad \boxed{ト} < x < \boxed{ナ}$$

である。ただし，$\boxed{テ} \leqq \boxed{ト}$とする。

〔Ⅱ〕

初項2，公差2の等差数列を$\{a_n\}$とし，初項20，公比$\frac{1}{2}$の等比数列を$\{b_n\}$とする。

$\{a_n\}$の一般項は，$a_n = \boxed{ア}$であり，$\{b_n\}$の一般項は，$b_n = \boxed{イ}$である。

ただし，$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$については，以下のA群の㊀～⑧からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

A群

㊀ $2n-2$　　⓪ $2n-1$　　① $2n$　　② $2n+1$

③ $2n+2$　　④ $\frac{80}{2^n}$　　⑤ $\frac{40}{2^n}$　　⑥ $\frac{20}{2^n}$

⑦ $\frac{10}{2^n}$　　⑧ $\frac{5}{2^n}$

$a_n > b_n$となる最小の正の整数nは，$\boxed{ウ}$である。

$c_n = a_n + 50b_n$とする。$c_n - c_{n+1} = \frac{1}{2^{n-1}}\left(\boxed{エオカ} - 2^n\right)$である。

$1 \leqq n \leqq \boxed{キ}$のとき，$c_n > c_{n+1}$であり，$\boxed{キ} < n$のとき，$c_n < c_{n+1}$である。

（〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。）

$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^{k-1}}$ とする。$S_n - \frac{1}{2} S_n = \boxed{\text{ク}} - \boxed{\text{ケ}}$ であり，

$S_n = \boxed{\text{コ}} \left(\boxed{\text{ク}} - \boxed{\text{ケ}} \right)$ である。

ただし，$\boxed{\text{ケ}}$ については，以下のＢ群の⓪～⑨から１つを選べ。

Ｂ群

⓪ $\frac{n}{2^{n-1}}$　① $\frac{n+1}{2^{n-1}}$　② $\frac{n+2}{2^{n-1}}$　③ $\frac{n}{2^n}$

④ $\frac{n+1}{2^n}$　⑤ $\frac{n+2}{2^n}$　⑥ $\frac{n^2+2n}{2^{n-1}}$　⑦ $\frac{n^2+4n}{2^{n-1}}$

⑧ $\frac{n^2+2n}{2^n}$　⑨ $\frac{n^2+4n}{2^n}$

$T_n = \sum_{k=1}^{n} a_k b_k$ とする。$T_n = \boxed{\text{サシ}} \left(\boxed{\text{ク}} - \boxed{\text{ケ}} \right)$ である。$T_n \geqq 150$ が成り立つことと，$2^{n-\boxed{\text{ス}}} \geqq n+2$ が成り立つことは同値である。$T_n \geqq 150$ となる最小の正の整数 n は $\boxed{\text{セ}}$ である。

〔Ⅲ〕

平面上に三角形 OAB がある。線分 OA を 2：1 に内分する点を C，線分 AB を 3：1 に内分する点を D とし，直線 BC と OD の交点を E とする。辺 OA の長さは 9，辺 OB の長さは 7 であり，直線 AE と OB は直交している。

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\vec{a}, \quad \overrightarrow{OD} = \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\vec{a} + \frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}\vec{b}$$

である。

s，t を実数として，$\overrightarrow{OE} = s\overrightarrow{OD}$，$\overrightarrow{BE} = t\overrightarrow{BC}$ とおくと，$s = \dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$，$t = \dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$

である。

$\vec{a}\cdot\vec{b} = \boxed{サシ}$ であり，$\cos\angle AOB = \dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$ である。

三角形 OBC の面積は $\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}}$ である。

(計 算 用 紙)

次の問題〔Ⅳ〕は，生命科学部応用植物科学科を志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅳ〕

座標平面上の放物線

$$y = \frac{x^2}{4}$$

を C とする。

C 上の点 $\mathrm{P}(2\sqrt{3},\ 3)$ における C の接線を ℓ とする。ℓ の方程式は,

$$y = \sqrt{\boxed{ア}}\,x - \boxed{イ}$$

である。

q を実数とする。x 軸上の点 $\mathrm{Q}(q,\ 0)$ を中心とする円 D が，P において ℓ と接しているとする。2 点 P，Q を通る直線の方程式は,

$$y = \frac{\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}\ 3}{\boxed{オ}}x + \boxed{カ}$$

であり，$q = \boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}$ となる。

(〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。)

点Pからx軸に下した垂線とx軸の交点をHとし，円Dとx軸の交点のうち原点に近い方をRとする。

三角形PQHにおいて，∠Qの大きさは$\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\pi$であり，∠Qを中心角とする扇形(おうぎ)QPRの面積は$\boxed{サ}\,\pi$である。放物線Cと扇形QPRの弧PR，およびx軸で囲まれた部分の面積をSとすると，

$$S=\frac{\boxed{シス}\sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}-\boxed{サ}\,\pi$$

である。

ℓとx軸の交点をTとする。Tと，三角形PQTの内接円の中心を通る直線の方程式は，

$$y=\frac{\sqrt{\boxed{タ}}}{\boxed{チ}}x-\boxed{ツ}$$

である。

次の問題〔Ⅴ〕は，生命科学部応用植物科学科を志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅴ〕

原点をOとする座標平面上において，Oからの距離と点A(3, 3)からの距離の比が2：1である点の軌跡をCとする。

点P(x, y)がC上にあるとき，

$$\mathrm{OP}^2 = \boxed{ア}\ \mathrm{AP}^2$$

であるから，

$$x^2 + y^2 = \boxed{ア}\left\{\left(x - \boxed{イ}\right)^2 + \left(y - \boxed{ウ}\right)^2\right\}$$

となる。これを整理すると，

$$\left(x - \boxed{エ}\right)^2 + \left(y - \boxed{オ}\right)^2 = \boxed{カ} \quad \cdots\cdots ①$$

となる。

(〔Ⅴ〕の問題は次ページに続く。)

円 ⓘ 上の点が，与えられた条件を満たすかどうかを調べると，軌跡 C は点 $\left(\boxed{\text{エ}},\ \boxed{\text{オ}}\right)$ を中心とする $\boxed{\text{キ}}$ であることがわかる。

ただし，$\boxed{\text{キ}}$ については，以下のA群の ①～⑨ から1つを選べ。

A群

① 半径 $2\sqrt{2}$ の円から2点を除いた部分

② 半径8の円から2点を除いた部分

③ 半径64の円から2点を除いた部分

④ 半径 $2\sqrt{2}$ の円から1点を除いた部分

⑤ 半径8の円から1点を除いた部分

⑥ 半径64の円から1点を除いた部分

⑦ 半径 $2\sqrt{2}$ の円

⑧ 半径8の円

⑨ 半径64の円

(〔V〕の問題は次ページに続く。)

実数x，yが ⓘ を満たすとき，$2x+y$のとる値の範囲を求めよう。

kを実数とする。

$$2x+y=k \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{ⓘⓘ}$$

とおいて，直線 ⓘⓘ と円 ⓘ が共有点をもつようなkの値の範囲を求めればよい。

求めるkの値の範囲は，

$$\boxed{\text{クケ}} - \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}} \leqq k \leqq \boxed{\text{クケ}} + \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}$$

である。$k = \boxed{\text{クケ}} + \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}$ となるのは，

$$x = \boxed{\text{ス}} + \frac{\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ソ}}},\quad y = \boxed{\text{タ}} + \frac{\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

のときである。

(計　算　用　紙)

次の問題〔VI〕は，デザイン工学部建築学科，理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科，生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔VI〕

関数 $f(x)$ を，

$$f(x) = (\sin x)^2 \cos x$$

とする。

$y = f(x)$ のグラフは，$\boxed{ア}$ に関して対称である。

ただし，$\boxed{ア}$ については，以下のA群の①～④から1つを選べ。

A群

① 原点　② x 軸　③ y 軸　④ 直線 $y = x$

（〔VI〕の問題は次ページに続く。）

$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は，

$$f'(x) = \left(\boxed{イ} \cos^{\boxed{ウ}} x - \boxed{エ} \right) \sin x$$

である。$0 < x < 2\pi$ において，$f'(x) = 0$ となる x の値は $\boxed{オ}$ 個ある。

$0 < x < 2\pi$ において，$f'(x) = 0$ となる x の値のうち，最も小さい値を α，最も大きい値を β とする。

$$f(\alpha) = \frac{\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$$

であり，$f(\alpha)$ は $f(x)$ の $\boxed{ケ}$ 。また，$f(\beta)$ は $f(x)$ の $\boxed{コ}$ 。

ただし，$\boxed{ケ}$ ，$\boxed{コ}$ については，以下のB群の ①～⑤ からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

B群

① 極大値であり，最大値でもある

② 極大値であるが，最大値ではない

③ 極小値であり，最小値でもある

④ 極小値であるが，最小値ではない

⑤ 極値ではない

(〔Ⅵ〕の問題は次ページに続く。)

$f(x)$ の第２次導関数を $f''(x)$ とする。$0 < x < 2\pi$ において，$f''(x) = 0$ となる x の値は $\boxed{\text{サ}}$ 個ある。

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

(計 算 用 紙)

次の問題〔Ⅶ〕は，デザイン工学部建築学科，理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科，生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

e を自然対数の底とし，対数は自然対数とする。

関数 $f(x)$ を，

$$f(x) = \frac{\log x}{\sqrt{x}}$$

とし，座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。

$0 < x <$ $\boxed{ア}$ において $f(x) < 0$ であり，$\boxed{ア}$ $\leqq x$ において $f(x) \geqq 0$ である。

$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は，

$$f'(x) = \frac{\boxed{イ} - \boxed{ウ}}{2x\sqrt{x}}$$

である。

ただし，$\boxed{イ}$，$\boxed{ウ}$ については，以下のA群の㊀～⑨からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

A群

㊀ $\dfrac{\log x}{\sqrt{x}}$	⓪ $\dfrac{2\log x}{\sqrt{x}}$	① 1	② 2
③ $\sqrt{x}$	④ $2\sqrt{x}$	⑤ $3\sqrt{x}$	⑥ $4\sqrt{x}$
⑦ $\log x$	⑧ $\sqrt{x}\log x$	⑨ $2\sqrt{x}\log x$	

$\alpha = e^{\boxed{エ}}$ とすると，$f(x)$ は $0 < x < \alpha$ においてつねに増加し，$\alpha < x$ においてつねに減少する。

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

$\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ が $\boxed{オ}$ の導関数であることに注意して，部分積分法を用いると，

$$\int f(x)dx = \boxed{カ} - \boxed{キ} + A$$

となる。ここで，A は積分定数である。

ただし，$\boxed{オ}$ ～ $\boxed{キ}$ については，前ページのA群の㊀～⑨からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

C と x 軸，および直線 $x = e$ で囲まれた部分の面積を S とすると，
$S = \boxed{ク} - \boxed{ケ}\sqrt{e}$ である。

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

C と x 軸，y 軸，および直線 $y=f(\alpha)$ で囲まれた部分を，y 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を V とすると，

$$V=\pi\int_0^{f(\alpha)} x^2 dy$$

である。置換積分法を用いると，

$$V=\pi\int_{\boxed{コ}}^{\alpha} x^2\frac{dy}{dx}dx$$

$$=\pi\int_{\boxed{コ}}^{\alpha}\frac{1}{2}\left(\boxed{サ}-\boxed{シ}\right)dx$$

となる。ただし，$\boxed{サ}$，$\boxed{シ}$ については，20ページのA群の㊀～⑨からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

$$V=\pi\left(\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}e^{\boxed{ソ}}-\frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}\right)$$

である。

(以　上)

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには，以下のことに注意してマークしなさい。

① HB の黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆，ボールペン，シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。

② 解答を訂正する場合には，消しゴムできれいに消してから，あらためてマークしなさい。

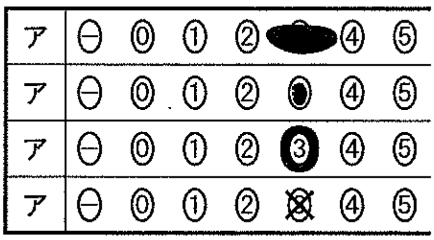
③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。

④ 所定欄以外にはマークしたり，記入したりしてはいけません。

⑤ アの解答を 3 にマークするときには，以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

悪いマークの例



枠外にはみ出してマークしてはいけません。

枠全体をマークしなさい。

○でかこんでマークしてはいけません。

×を書いてマークしてはいけません。