2015 年度入学試験問題　　214

デザイン工学部A方式Ⅱ日程・理工学部A方式Ⅱ日程
生命科学部A方式Ⅱ日程
2　限　数　　学　(90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答しなさい。指定されていない問題を解答した場合，採点の対象としないので注意すること。
4. 問題文は 4 ページから 17 ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1) 解答上の注意

問題中の ア，イ，ウ，… のそれぞれには，特に指示がないかぎり，－（マイナスの符号），または 0 ～ 9 までの数が 1 つずつ入ります。当てはまるものを選び，マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし，分数の形で解答が求められているときには，符号は分子に付け，分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。

また，根号を含む形で解答が求められているときには，根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔例〕

$\dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウエ}}$ に $\dfrac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには，以下のようにマークしなさい。

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	⊖	⓪	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	⓪	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

〔Ⅰ〕

(1) $(x+y)^8$ の展開式における x^4y^4 の係数は $\boxed{アイ}$ である。

$\left(x+\dfrac{1}{y}\right)^4$ の展開式における $\dfrac{x}{y^3}$ の係数は $\boxed{ウ}$ である。

$\left(x+\dfrac{1}{2x}\right)^8$ の展開式における $\dfrac{1}{x^2}$ の係数は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ は，初項 2，公比 4 の等比数列であるとする。

一般項 a_n は，$a_n=\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}4^n$ である。

m を正の整数とする。$\displaystyle\sum_{k=1}^{m}a_k>84$ を満たす最小の m の値は $\boxed{ク}$ である。

(3) n を正の整数とする。

1 から n までの整数の和は，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k=\dfrac{1}{\boxed{ケ}}n\left(n+\boxed{コ}\right)$ である。

6 で割ると 5 余る 10 以上の整数は，k を正の整数として，$\boxed{サ}\,k+\boxed{シ}$ と表すことができる。

6 で割ると 5 余る 2 桁(けた)の正の整数は $\boxed{スセ}$ 個あり，それらの和は $\boxed{ソタチ}$ である。

(計 算 用 紙)

〔Ⅱ〕

平面上に，正六角形 OABCDE がある。ただし，頂点は反時計回りに，順に並んでいるとする。線分 OC を 5：7 に内分する点を M とする。

$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \boxed{ア}\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \boxed{イ}\,\overrightarrow{\mathrm{OE}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ であるから，

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}\left(\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OE}}\right)$$

である。

次に，辺 AB を 1：3 に内分する点を P とする。

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{1}{\boxed{ク}}\left(\boxed{ケ}\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OE}}\right)$$

であり，

$$\overrightarrow{\mathrm{PM}} = \frac{1}{\boxed{コサ}}\left(\boxed{シス}\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \boxed{セ}\,\overrightarrow{\mathrm{OE}}\right)$$

である。

直線 BD と直線 PM の交点を Q とする。Q は直線 BD の上にあるから，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ は，実数 s を用いて，

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \overrightarrow{\mathrm{OB}} + s\,\overrightarrow{\mathrm{BD}} = \left(\boxed{ソ} - s\right)\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \left(\boxed{タ} + s\right)\overrightarrow{\mathrm{OE}}$$

と表すことができる。また，Q は直線 PM の上にあり，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ は，実数 t を用いて，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}} + t\,\overrightarrow{\mathrm{PM}}$ と表すこともできるから，

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \frac{\boxed{チツ}}{\boxed{テ}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{トナ}}{\boxed{ニ}}\overrightarrow{\mathrm{OE}}$$

となる。

（計　算　用　紙）

〔Ⅲ〕

三角形ABCにおいて，AB $=$ AC $= 3$，BC $= 4$ とする。

辺BCの中点と点Aを通る直線上に，点DをAC $=$ ADとなるようにとる。ただし，Dは直線BCに関してAと反対側にあるとする。

$\angle$BAC $= 2\alpha$ とおく。$\sin\alpha = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$，$\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}$ であり，

$\sin(2\alpha) = \dfrac{\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}$ である。線分CDの長さの2乗は

$$\mathrm{CD}^2 = 3\left(\boxed{ク} - 2\sqrt{\boxed{ケ}}\right)$$

である。

u，v を，$u > v$ を満たす実数とし，$u + v = \boxed{ク}$，$uv = \boxed{ケ}$ が成り立つとする。このとき，$u = \boxed{コ}$，$v = \boxed{サ}$ である。

$$\left(\sqrt{\boxed{コ}} - \sqrt{\boxed{サ}}\right)^2 = \boxed{ク} - 2\sqrt{\boxed{ケ}}$$

であるから，$\mathrm{CD} = \sqrt{\boxed{シス}} - \sqrt{\boxed{セ}}$ である。

三角形ABCの外接円の半径を R とすると，$R = \dfrac{\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}}}{\boxed{チツ}}$ であり，外接円の周上の点と直線ABの距離の最大値は $\dfrac{\boxed{テ}\sqrt{\boxed{ト}}}{\boxed{ナ}}$ である。

（計　算　用　紙）

次の問題〔Ⅳ〕は，生命科学部応用植物科学科を志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅳ〕

t を，$-1 < t < \dfrac{1}{2}$ を満たす実数とする。

座標平面上の放物線 $y = -x^2 + 1$ を C とする。C 上に，3点

$$\mathrm{P}(-1,\ 0),\quad \mathrm{Q}\left(\frac{1}{2},\ \frac{3}{4}\right),\quad \mathrm{R}(t,\ 1-t^2)$$

がある。

直線 PQ と直線 $x = t$ との交点を S とおく。S の座標は，

$\mathrm{S}\left(t,\ \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}(t+1)\right)$ である。

三角形 PQR の面積を A とおき，A を t を用いて表すと，

$$A = \frac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}}\left(\boxed{カ}\,t^2 + t - 1\right)$$

である。A は，$t = \dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}}$ のとき，最大値 $\dfrac{\boxed{コサ}}{\boxed{シス}}$ をとる。

点 P における C の接線を ℓ とする。ℓ の方程式は

$$y = \boxed{セ}\,x + \boxed{ソ}$$

である。

C と ℓ，および y 軸で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ である。

（計 算 用 紙）

次の問題〔Ｖ〕は，生命科学部応用植物科学科を志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ｖ〕

$$U = \{ n \mid 10 \leqq n \leqq 49,\ n \text{ は整数} \}$$

とする。U の要素 n に対して，n の十の位の数を a，一の位の数を b とする。

(1) $n =$ $\boxed{\text{アイ}}$ $a + b$ である。

(2) $a + b = 10$ を満たす U の要素 n の個数は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(3) 1次方程式 $ax - b = 0$ の解が1未満となる U の要素 n の個数は $\boxed{\text{エオ}}$ である。

(4) 1次方程式 $ax - b = 0$ の解が整数となる U の要素 n の個数は $\boxed{\text{カキ}}$ である。

(5) 2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が重解となる U の要素 n の個数は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(6) 2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が実数となる U の要素 n の個数は $\boxed{\text{ケコ}}$ である。

(7) 2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が少なくとも1つは -1 以上となる U の要素 n の個数は $\boxed{\text{サシ}}$ である。

（計 算 用 紙）

次の問題〔Ⅵ〕は，デザイン工学部建築学科，理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科，生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅵ〕

関数 $f(x)$ を

$$f(x)=\frac{1}{2}(5-x^2)-\sqrt{4-x^2} \qquad (-2<x<2)$$

とする。$f(x)$ の導関数 $f'(x)$，$f''(x)$ は，

$$f'(x)=-x+\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}, \qquad f''(x)=-1+\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$$

である。

ただし，$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{エ}$ については，以下のA群の①～⑧からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

A群

① 1	② x	③ $4-x^2$	④ 4
⑤ 5	⑥ $(4-x^2)^{\frac{2}{3}}$	⑦ $\sqrt{4-x^2}$	⑧ $(4-x^2)^{\frac{3}{2}}$

$f'(x)=0$ となる x を小さい順に並べると，$-\sqrt{\boxed{オ}}$，$\boxed{カ}$，$\sqrt{\boxed{オ}}$ である。

$f''\left(-\sqrt{\boxed{オ}}\right)=\boxed{キ}$ だから，$f\left(-\sqrt{\boxed{オ}}\right)=\boxed{ク}$ は，$f(x)$ の $\boxed{ケ}$。

ただし，$\boxed{ケ}$ については，以下のB群の⓪～②から1つを選べ。

B群

⓪ 極小値である　　① 極大値である　　② 極値ではない

（〔Ⅵ〕の問題は次ページに続く。）

つぎに，$I = \displaystyle\int_{\boxed{カ}}^{\sqrt{\boxed{オ}}} \sqrt{4 - x^2}\, dx$ とおく。

$-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ として，$x = 2\sin\theta$ とおき，積分の変数を θ に変えると，

$$I = \int_{\boxed{サ}}^{\boxed{コ}\pi} \boxed{シ}\, d\theta$$

となる。$I = \boxed{ス}\,\pi + \boxed{セ}$ である。

ただし，$\boxed{コ}$，$\boxed{ス}$，$\boxed{セ}$ については，以下のC群の⓪～⑨からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。また，$\boxed{シ}$ については，以下のD群の⓪～⑦から1つを選べ。

C群

⓪ $\dfrac{1}{6}$　① $\dfrac{1}{4}$　② $\dfrac{1}{3}$　③ $\dfrac{2}{3}$　④ $\dfrac{3}{4}$

⑤ $\dfrac{5}{6}$　⑥ $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$　⑦ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　⑧ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　⑨ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

D群

⓪ $2\sin\theta$　① $4\sin\theta$　② $2\sin^2\theta$　③ $4\sin^2\theta$

④ $2\cos\theta$　⑤ $4\cos\theta$　⑥ $2\cos^2\theta$　⑦ $4\cos^2\theta$

曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = \boxed{ク}$ で囲まれた部分の面積は，

$$\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}} - \frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\pi$$

である。

次の問題〔Ⅶ〕は，デザイン工学部建築学科，理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科，生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

e を自然対数の底として，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = (x - x^3)\, e^{x^2}$$

とする。

(1) 座標平面上の曲線 $y = f(x)$ は，$\boxed{ア}$ である。
ただし，$\boxed{ア}$ については，以下のＡ群の ①〜④ から１つを選べ。

Ａ群

① 直線 $y = x$ に関して線対称

② y 軸に関して線対称

③ x 軸に関して線対称

④ 原点に関して点対称

(〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。)

(2) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は，

$$f'(x)=\left(\boxed{イ}-x^2-\boxed{ウ}\,x^4\right)e^{x^2}$$

である。$f(x)$ は，$x=\boxed{エ}$ において極小値 $\boxed{オ}$ をとり，$x=\boxed{カ}$ において極大値 $\boxed{キ}$ をとる。

ただし，$\boxed{エ}$，$\boxed{カ}$ については，以下のB群の⓪〜⑨から，$\boxed{オ}$，$\boxed{キ}$ については，以下のC群の⓪〜⑨からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

B群

⓪ $-\dfrac{1}{2}$ ① $\dfrac{1}{2}$ ② -1 ③ 1 ④ -2

⑤ 2 ⑥ $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ⑦ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ⑧ $-\sqrt{2}$ ⑨ $\sqrt{2}$

C群

⓪ $-6e^4$ ① $6e^4$ ② $-\sqrt{2}\,e^2$ ③ $\sqrt{2}\,e^2$

④ $-\dfrac{\sqrt{2e}}{4}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{2e}}{4}$ ⑥ $-\dfrac{3\sqrt{2e}}{4}$ ⑦ $\dfrac{3\sqrt{2e}}{4}$

⑧ $-\dfrac{3}{8}\sqrt[4]{e}$ ⑨ $\dfrac{3}{8}\sqrt[4]{e}$

また，

$$f''(x)=\boxed{クケ}\,x^3\left(\boxed{コ}\,x^2+\boxed{サ}\right)e^{x^2}$$

である。

(3) $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ とおく。$x^2=t$ とおくと，置換積分法により，

$$I=\frac{1}{\boxed{シ}}\int_{\boxed{セ}}^{\boxed{ス}}\left(\boxed{ソ}-t\right)e^t\,dt$$

となり，$I=\dfrac{e}{\boxed{タ}}-\boxed{チ}$ となる。

（以　上）

(2) 記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには，以下のことに注意してマークしなさい。

① HB の黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆，ボールペン，シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。

② 解答を訂正する場合には，消しゴムできれいに消してから，あらためてマークしなさい。

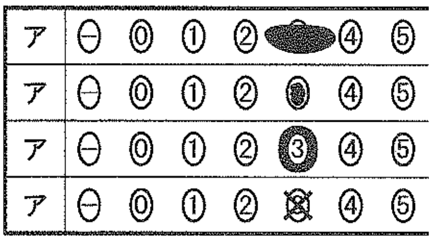
③ マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。

④ 所定欄以外にはマークしたり，記入したりしてはいけません。

⑤ **ア**の解答を３にマークするときには，以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例

悪いマークの例



枠外にはみ出してマークしてはいけません。

枠全体をマークしなさい。

○でかこんでマークしてはいけません。

×を書いてマークしてはいけません。