2014 年度入学試験問題　**214**

デザイン工学部Ａ方式Ⅱ日程・理工学部Ａ方式Ⅱ日程

生命科学部Ａ方式Ⅱ日程

2　限　数　　学　(90 分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 志望学部・学科によって解答する問題が決まっています。問題に指示されている通りに解答しなさい。指定されていない問題を解答した場合，採点の対象としませんので注意しなさい。
4. 問題文は 4 ページから 17 ページまでとなっています。
5. マークシート解答方法については以下の注意事項を読みなさい。

(1)　解答上の注意

問題中の ア，イ，ウ，… のそれぞれには，特に指示がないかぎり，－（マイナスの符号），または０～９までの数が１つずつ入ります。当てはまるものを選び，マークシートの解答用紙の対応する欄にマークして解答しなさい。

ただし，分数の形で解答が求められているときには，符号は分子に付け，分母・分子をできる限り約分して解答しなさい。

また，根号を含む形で解答が求められているときには，根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答しなさい。

〔例〕

$\dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウエ}}$ に $\dfrac{-\sqrt{3}}{14}$ と答えたいときには，以下のようにマークしなさい。

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	⊖	⓪	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	⓪	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

マークシート解答方法の注意事項は裏表紙に続きます。問題冊子を裏返して読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

〔Ⅰ〕

2つの数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$があり，

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{ⓘ}$$

を満たしている。

(1) $\{b_n\}$は，初項3，公比2の等比数列であるとする。

ⓘの関係を用いると，

$$a_2 = a_1 + \boxed{\text{ア}}, \quad a_3 = a_1 + \boxed{\text{イ}}, \quad a_4 = a_1 + \boxed{\text{ウエ}}$$

となる。

一方，ⓘの関係から，$\{b_n\}$の初項から第$n-1$項までの和は

$$b_1 + b_2 + \cdots + b_{n-1} = (a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \cdots + (a_n - a_{n-1})$$

のように変形できるから，$\{a_n\}$の一般項は

$$a_n = a_1 + \boxed{\text{オ}} \times \boxed{\text{カ}}^{\boxed{\text{キ}}} - \boxed{\text{ク}}$$

となる。

ただし，$\boxed{\text{キ}}$については，以下の⊖～④から1つを選べ。

⊖ $n-1$	⓪ n	① $n+1$
② $2n-1$	③ $2n$	④ $2n+1$

ここで，$\{a_n\}$が等比数列となるのは$a_1 = \boxed{\text{ケ}}$のときであり，そのときの公比は$\boxed{\text{コ}}$である。

（〔Ⅰ〕の問題は次ページに続く。）

(2) $\{b_n\}$ は，初項 15，公差 -4 の等差数列であるとし，$a_1 = 1$ とする。

$\{b_n\}$，$\{a_n\}$ の一般項は

$$b_n = \boxed{\text{サシ}}\, n + \boxed{\text{スセ}}$$

$$a_n = \boxed{\text{ソタ}}\, n^2 + \boxed{\text{チツ}}\, n - \boxed{\text{テト}}$$

となる。a_n が最大となるのは $n = \boxed{\text{ナ}}$ のときであり，$a_{\boxed{\text{ナ}}} = \boxed{\text{ニヌ}}$ である。

〔Ⅱ〕

t を実数として，行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & t \end{pmatrix}$$

とする。

(1) $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & \boxed{ア} \\ 0 & \boxed{イ} \end{pmatrix}$，$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & \boxed{ウ} \\ 0 & \boxed{エ} \end{pmatrix}$ である。

ただし，$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{エ}$ については，以下のA群の ㊀～⑨ からそれぞれ１つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

A群

㊀ $-\dfrac{1}{t}$	⓪ 0	① 1	② 2
③ t^2	④ t^3	⑤ $1+t$	⑥ $1+2t$
⑦ $1+t+t^2$	⑧ $1+2t+3t^2$	⑨ $\dfrac{1}{t}$	

$t \neq \boxed{オ}$ のとき，A は逆行列をもち，$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & \boxed{カ} \\ 0 & \boxed{キ} \end{pmatrix}$ である。

ただし，$\boxed{カ}$，$\boxed{キ}$ については，上のA群の ㊀～⑨ からそれぞれ１つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

（〔Ⅱ〕の問題は次ページに続く。）

(2) $A^2\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$として，$x$，$y$を$t$の式で表す。

tがすべての実数を動くとき，点$\mathrm{P}(x,y)$の軌跡Cは，方程式$\boxed{\text{ク}}$で表される$\boxed{\text{ケ}}$である。

ただし，$\boxed{\text{ク}}$については，以下のB群の⓪〜⑨から，$\boxed{\text{ケ}}$については，以下のC群の⓪〜④からそれぞれ1つを選べ。

B群

⓪ $y=x-2$	① $y=x+2$	② $y=(x-2)^2$
③ $y=(x+2)^2$	④ $y^2=x-2$	⑤ $y^2=x+2$
⑥ $(x-2)^2-y^2=0$	⑦ $(x+2)^2-y^2=0$	
⑧ $4(x-2)^2+y^2=1$	⑨ $4(x+2)^2+y^2=1$	

C群

⓪ 直線　① 放物線　② 楕円　③ 双曲線　④ 2直線

また，Cと2直線$x=2$，$x=4$，およびx軸で囲まれた部分の面積は$\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$である。

(3) $A^3\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$として，$x$，$y$を$t$の式で表す。

$f(t)=y-x$とするとき，$f(t)$は，$t=\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$において極大値$\dfrac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$をとり，$t=\boxed{\text{ト}}$において極小値$\boxed{\text{ナニ}}$をとる。また，$y\geqq x$となる最小の$t$の値は$\boxed{\text{ヌ}}$である。

〔Ⅲ〕

O を原点とする座標平面上に，2つの三角形 ABC，PQR がある。頂点 C は辺 PR の中点であり，

$$2\overrightarrow{OA}=3\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OQ},\qquad 5\overrightarrow{OB}=3\overrightarrow{OQ}+2\overrightarrow{OR}$$

が成り立つとする。

(1) 頂点 A は辺 PQ を $\boxed{ア}$ に外分し，頂点 B は辺 QR を $\boxed{イ}$ に内分する。ただし，$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ については，以下の ⊖～⑨ からそれぞれ 1 つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

⊖ 1：1	⓪ 1：2	① 1：3	② 1：4
③ 2：1	④ 2：3	⑤ 3：1	⑥ 3：2
⑦ 3：4	⑧ 4：1	⑨ 4：3	

三角形 PQR の面積を S_1，三角形 BCP の面積を S_2 とおくと，

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}}$$

である。

（〔Ⅲ〕の問題は次ページに続く。）

(2) A, B, C の座標を，それぞれ A(−13,8)，B(6,0)，C(2,5) とする。

C は辺 PR の中点であるから，

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}\overrightarrow{OP} + \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\overrightarrow{OR}$$

であり，

$$3\overrightarrow{OQ} - 2\overrightarrow{OP} = \left(\boxed{コサ},\ \boxed{シスセ}\right)$$

となる。頂点 P，Q，R の座標は，

$$\mathrm{P}\left(\boxed{ソタ},\ \boxed{チ}\right),\quad \mathrm{Q}\left(\boxed{ツ},\ \boxed{テト}\right),\quad \mathrm{R}\left(\boxed{ナニ},\ \boxed{ヌ}\right)$$

である。また，三角形 PQR の重心の座標は $\left(\boxed{ネ},\ \boxed{ノ}\right)$ である。

次の問題〔Ⅳ〕は，生命科学部応用植物科学科を志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅳ〕

$f(x)$ を x の多項式とし，座標平面上において，曲線 $y=f(x)$ を C とする。C は点 P$(1, 15)$ を通り，C 上の各点 (x, y) における接線の傾きが $4x+6$ であるとする。

$f(1)=15,\ f'(x)=4x+6$ であるから，

$$f(x)=\boxed{ア}x^2+\boxed{イ}x+\boxed{ウ}$$

となる。

C は点 Q$\left(-2,\ \boxed{エ}\right)$ を通る。Q における C の接線 ℓ の方程式は

$$y=\boxed{オカ}x-\boxed{キ}$$

である。また，Q における C の法線 m の方程式は

$$y=\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}x+\boxed{コ}$$

である。

C と m の，Q 以外の交点の x 座標は $\dfrac{\boxed{サシ}}{\boxed{ス}}$ である。

（〔Ⅳ〕の問題は次ページに続く。）

k を，$-2 < k < \dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ を満たす実数とする。C と接線 ℓ，および直線 $x = k$ で囲まれた部分の面積を S_1 とする。また，C の $-2 \leqq x \leqq k$ の部分と法線 m，および直線 $x = k$ で囲まれた部分の面積を S_2 とする。$S(k) = 2S_2 - S_1$ とすると，

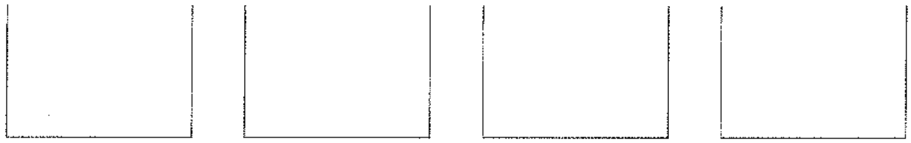
$$S(k) = -\frac{1}{\boxed{\text{セ}}}\left(k + \boxed{\text{ソ}}\right)^2\left(4k + \boxed{\text{タ}}\right)$$

となる。$S(k)$ は，$k = \dfrac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ のとき最大値をとる。

次の問題〔Ⅴ〕は，生命科学部応用植物科学科を志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅴ〕

1から4までの番号が1つずつ付けられた4つの箱が，下図のように1列に並んでいる。それぞれの箱には，玉を5個まで入れることができる。



1　　2　　3　　4

区別のつかない5個の玉すべてを，上の4つの箱に分けて入れるとする。

(1) すべての箱に1個以上の玉が入るような玉の入れ方は $\boxed{\text{ア}}$ 通りある。

(2) 玉が入らない箱がちょうど2つあり，残りの2つの箱のどちらにも玉が入るとするとき，玉を入れる箱の選び方は $\boxed{\text{イ}}$ 通りあり，このときの玉の入れ方は $\boxed{\text{ウエ}}$ 通りある。

(3) 玉が入らない箱がちょうど1つあり，残りの3つの箱のすべてに玉が入るような玉の入れ方は $\boxed{\text{オカ}}$ 通りある。

(4) 4つの箱に5個の玉を分けて入れる入れ方は全部で $\boxed{\text{キク}}$ 通りある。

(5) 1から4の番号の箱に分けて入れる玉の個数を，順に k_1，k_2，k_3，k_4 とおく。$|k_{i+1} - k_i| \leqq 1$ $(i = 1, 2, 3)$ を満たすような玉の入れ方は $\boxed{\text{ケ}}$ 通りある。

(計 算 用 紙)

次の問題〔Ⅵ〕は，デザイン工学部建築学科，理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科，生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅵ〕

e を自然対数の底として，関数 $f(x)$ を

$$f(x)=\sqrt{2-x^2}\,e^x \qquad (-\sqrt{2}<x<\sqrt{2})$$

とする。

導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\frac{-\left(x+\boxed{\text{ア}}\right)\left(x-\boxed{\text{イ}}\right)e^x}{\sqrt{2-x^2}}$$

であるから，$f(x)$ は $x=\boxed{\text{ウ}}$ において最大値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

ただし，$\boxed{\text{エ}}$ については，以下のA群の⓪〜⑨から1つを選べ。

A群

⓪ 0　① 1　② 2　③ $\sqrt{2}$　④ $\dfrac{\sqrt{3e}}{2}$

⑤ $\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{3}{e}}$　⑥ $\dfrac{1}{e}$　⑦ e　⑧ $\dfrac{1}{e^2}$　⑨ e^2

（〔Ⅵ〕の問題は次ページに続く。）

一方，e^{2x} の不定積分は

$$\int e^{2x}\,dx = \boxed{オ} + C$$

である。ここで，C は積分定数である。

ただし，$\boxed{オ}$ については，以下のB群の⓪〜⑨から1つを選べ。

B群

⓪ e^{2x}　① $2e^{2x}$　② xe^{2x}　③ x^2e^{2x}　④ $\dfrac{1}{2}e^{2x}$

⑤ $\dfrac{1}{2}xe^{2x}$　⑥ $\dfrac{1}{2}x^2e^{2x}$　⑦ $\dfrac{1}{4}e^{2x}$　⑧ $\dfrac{1}{4}xe^{2x}$　⑨ $\dfrac{1}{4}x^2e^{2x}$

次に，部分積分を用いると，

$$\int xe^{2x}\,dx = \boxed{カ} - \boxed{キ} + C'$$

となり，

$$\int x^2e^{2x}\,dx = \boxed{ク} - \boxed{ケ} + \frac{1}{4}e^{2x} + C''$$

となる。ここで，C'，C'' は積分定数である。

ただし，$\boxed{カ}$ 〜 $\boxed{ケ}$ については，上のB群の⓪〜⑨からそれぞれ1つを選べ。ここで，同じものを何回選んでもよい。

座標平面上の $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分を，x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を V とおくと，

$$V = \frac{\pi e^{2\sqrt{2}}}{4}\left(\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}} - \boxed{シ}\right) + \frac{\pi e^{-2\sqrt{2}}}{4}\left(\boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}} + \boxed{ソ}\right)$$

となる。

次の問題〔Ⅶ〕は，デザイン工学部建築学科，理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科，生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

〔Ⅶ〕

O を原点とする座標平面上に，O を中心とする半径 1 の円 C がある。直線 ℓ が，第 2 象限の点 P で C と接している。ℓ と x 軸の交点を Q とし，$0 < \angle\mathrm{PQO} < \dfrac{\pi}{6}$ であるとする。$\angle\mathrm{PQO} = \theta$ とおく。また，直線 m が，第 1 象限の点 R で C と接している。m と x 軸の交点を S とし，$\angle\mathrm{RSO} = 3\theta$ であるとする。

ℓ と m の交点を T とする。$\angle\mathrm{OTP} = \angle\mathrm{OTR}$ であるから，$\angle\mathrm{OTP} = \boxed{\text{ア}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{ア}}$ については，以下の A 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

A 群

① θ	② 2θ	③ 3θ
④ $\dfrac{\pi}{2} - \theta$	⑤ $\dfrac{\pi}{2} - 2\theta$	⑥ $\dfrac{\pi}{2} - 3\theta$
⑦ $\pi - \theta$	⑧ $\pi - 2\theta$	⑨ $\pi - 3\theta$

PT を θ を用いて表すと，$\mathrm{PT} = \boxed{\text{イ}}$ であり，$\displaystyle\lim_{\theta \to 0} \frac{\theta}{\mathrm{PT}} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{イ}}$ については，以下の B 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

B 群

① $\sin\theta$	② $\cos\theta$	③ $\tan\theta$	④ $\sin 2\theta$	⑤ $\cos 2\theta$
⑥ $\tan 2\theta$	⑦ $\sin 3\theta$	⑧ $\cos 3\theta$	⑨ $\tan 3\theta$	

（〔Ⅶ〕の問題は次ページに続く。）

QT = QP + PT であるから，QT を θ を用いて表すと，

$$\mathrm{QT} = \frac{1}{\boxed{オ}} + \boxed{イ}$$

となる。

ただし，$\boxed{オ}$ については，前ページの B 群の ①～⑨ から 1 つを選べ。

$\tan\theta = t$ とおく。t のとりうる値の範囲は $0 < t < \boxed{カ}$ である。

ただし，$\boxed{カ}$ については，以下の C 群の ①～⑥ から 1 つを選べ。

C 群

① 1　② $\dfrac{1}{2}$　③ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　④ $\sqrt{3}$　⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　⑥ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

QT を t を用いて表した関数を $f(t)$ とおくと，

$$f(t) = \frac{\boxed{キ} + t^{\boxed{ク}}}{t\left(\boxed{ケ} - t^{\boxed{コ}}\right)}$$

となり，導関数は

$$f'(t) = \frac{t^4 + \boxed{サ}\,t^2 - \boxed{シ}}{\left\{t\left(\boxed{ケ} - t^{\boxed{コ}}\right)\right\}^2}$$

となる。$f'(t) = 0$ となるのは $t = \sqrt{\boxed{スセ} + \sqrt{\boxed{ソ}}}$ のときであり，このとき，QT は最小となる。

（以　上）

(2)　記入上の注意

マークシートの解答用紙に解答するときには，以下のことに注意してマークしなさい。

①　HB の黒鉛筆を用いてマークしなさい。万年筆，ボールペン，シャープペンシルなどを用いてマークしてはいけません。

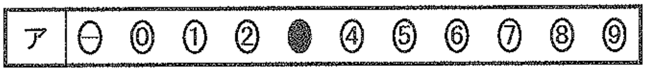
②　解答を訂正する場合には，消しゴムできれいに消してから，あらためてマークしなさい。

③　マークシートの解答用紙を汚したり折りまげたりしてはいけません。

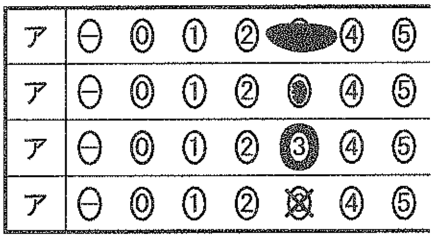
④　所定欄以外にはマークしたり，記入したりしてはいけません。

⑤　**ア**の解答を３にマークするときには，以下のようにマークしなさい。

正しいマークの例



悪いマークの例



枠外にはみ出してマークしてはいけません。

枠全体をマークしなさい。

○でかこんでマークしてはいけません。

×を書いてマークしてはいけません。