





お

## 数 学 問 題

### 注意事項

1. この問題冊子は18ページあります。解答用紙には、「数学①」と「数学②」の2枚あり、「数学②」には表と裏があります。
2. あなたの受験番号は、2枚の解答用紙に印刷されています。印刷されている受験番号と、受験票の番号が一致していることを確認下さい。
3. 監督者の指示にしたがい、2枚の解答用紙の所定の欄に氏名を記入下さい。
4. 問題〔I〕,〔II〕(1),〔II〕(2)の解答は、解答用紙「数学①」の所定の欄にマーク下さい。
5. 問題〔II〕(3),〔III〕の解答は、解答用紙「数学①」の所定の欄に記入下さい。
6. 問題〔IV〕,〔V〕は、解答用紙「数学②」の所定の欄に解答下さい。
7. 1問につき2つ以上マークしないこと。2つ以上マークした場合には、その解答は無効になります。
8. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入下さい。
9. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
10. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。また、所定の欄以外には絶対に記入しないこと。
11. 解答用紙は持ち帰らず、必ず提出下さい。
12. この問題冊子は必ず持ち帰り下さい。
13. 試験時間は120分です。
14. マークシート記入例

良い例	悪い例
	  

學.大.部.輯  
情.學.聖.賢.合.錄



〔I〕 次の空欄  から ,  から  にあてはまる  
 0から9までの数字を, 解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし,  
,  は2桁の数,  は3桁の数である。また, 空欄  
 にあてはまるものを解答群の中から選び, その記号を解答用紙の所定  
 の欄にマークせよ。

(1)  $n = 19$  のとき

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+\cdots+n} = \frac{\text{アイ}}{\text{ウエ}}$$

である。なお, 分数は既約分数にすること。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

(2) 関数  $y = xe^x$  ( $x \geq -1$ ) の逆関数を  $y = W(x)$  とするとき、座標平面上の直線  $y = ex$  と曲線  $y = W(x)$  で囲まれる図形の面積は オ である。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

オの解答群

- |                      |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| ① 1                  | ② $e$                | ③ $\frac{1}{e}$      | ④ $\frac{2}{e}$      |
| ⑤ $1 - \frac{1}{2e}$ | ⑥ $1 + \frac{1}{2e}$ | ⑦ $1 - \frac{3}{2e}$ | ⑧ $1 + \frac{3}{2e}$ |
| ⑨ $1 - \frac{5}{2e}$ | ⑩ $1 + \frac{5}{2e}$ |                      |                      |

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

(3)  $(x + y)(y + z)(z + x) = 0$ ,  $x + y + z = 20$ ,  $xyz \neq 0$ ,  $|x| \leq 20$ ,

$|y| \leq 20$ ,  $|z| \leq 20$  を満たす整数  $x, y, z$  の組は全部で **カキク** 個ある。



(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

〔Ⅱ〕 空欄  から  にあてはまる 0 から 9 までの数字を、解答用紙の所定の欄にマークせよ。また空欄  に当てはまる数を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

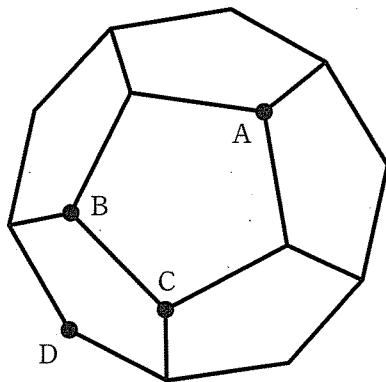
1 辺の長さが 1 の正十二面体  $K$  がある。 $K$  上の 4 個の頂点  $A, B, C, D$  を図のように取る。辺  $BC$  の中点を  $M$ 、線分  $AM$  の長さを  $l$  とする。

(1) 3 点  $A, M, D$  を通る平面で  $K$  を切ったとき、切り口の周の長さは

$l$  +  である。

(2)  $AB = \frac{\text{ス} + \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$  である。

(3)  $l = \text{あ}$  である。



(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

〔Ⅲ〕 次の空欄  から  に当てはまるもの（数または式）を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) 複素数  $\alpha$  が

$$|\alpha| = 1, \quad \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1 = -\sqrt{3}i$$

を満たすならば

$$\alpha = \text{  }$$

である。ただし、 $i$  は虚数単位である。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

(2) 2個のさいころを同時に振って、2つの目の積が偶数だった場合は試行を終了し、奇数だった場合は振り直す。ただし、振り直しの回数が定められた上限に達した場合は、出た目によらず試行を終了する。

いま、 $n$  を自然数とし、振り直しの上限を  $n$  回と定める。試行終了時における2つの目の合計が偶数である確率を  $n$  の式で表すと き である。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

(3) 三角形 ABC において、垂心を H,  $\vec{AB}$  と  $\vec{AC}$  の内積を  $s$ ,  $AB = c$ ,  $AC = b$

とする。実数  $p$ ,  $q$  が

$$\vec{AH} = p\vec{AB} + q\vec{AC}$$

を満たすとき,  $p$  と  $q$  は  $b$ ,  $c$ ,  $s$  を用いて

$$p = \boxed{\text{く}}, q = \boxed{\text{け}}$$

と表される。



(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

[IV] 2つの変量  $x, y$  のデータが, 3個の  $x, y$  の値の組

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$$

で与えられている。

これらが

$$x_1 < x_2 < x_3, y_1 < y_2 < y_3,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0, y_1 + y_2 + y_3 = 0$$

を満たすとき,  $x$  と  $y$  の相関係数  $r$  について, 以下の問いに答えよ。

(1) 不等式  $-1 \leq r \leq 1$  を証明せよ。

(2) 不等式  $r > 0$  を証明せよ。

(注) 2つの変量  $x, y$  のデータが,  $n$  個の  $x, y$  の値の組  $(x_1, y_1), (x_2, y_2),$

……,  $(x_n, y_n)$  で与えられているとき,  $r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$  を  $x$  と  $y$  の相関係数とい

う。ただし,

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}, \quad s_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2},$$

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y}),$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j$$

である。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

[V] 以下の問いに答えよ。

- (1)  $x > 0$  で定義された関数  $F(x)$  が、つねに  $F''(x) = 0$  を満たすならば、  
 $F(x) = F'(1)(x - 1) + F(1)$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $x > 0$  で定義された関数  $f(x)$  は第 2 次導関数をもつとする。正の実数  $t$  に対して、点  $(t, f(t))$  における曲線  $y = f(x)$  の接線と、 $y$  軸との交点の  $y$  座標を  $g(t)$  とする。また、 $a = f(1)$  とおく。
- (a)  $g(t)$  を  $t, f(t), f'(t)$  を用いて表せ。
- (b) 任意の正の実数  $t$  に対して、 $g(t) = 1$  が成り立つとき、 $f''(x)$  を求めよ。  
また、 $f(x)$  を  $a, x$  を用いて表せ。
- (c) 任意の正の実数  $t$  に対して、 $g(t) = 1 - t$  が成り立つとき、 $f''(x)$  を求めよ。また、 $f(x)$  を  $a, x$  を用いて表せ。

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)





