明治大学
総合数理学部

も

数　学　問　題

注意事項

1. この問題冊子は14ページあります。解答用紙には，「数学①」と「数学②」の２枚あり，「数学②」には表と裏があります。
2. あなたの受験番号は，２枚の解答用紙に印刷されています。印刷されている受験番号と，受験票の番号が一致していることを確認しなさい。
3. 監督者の指示にしたがい，２枚の解答用紙の所定の欄に氏名を記入しなさい。
4. 問題〔Ⅰ〕，〔Ⅲ〕の解答は，解答用紙「数学①」の所定の欄に記入しなさい。
5. 問題〔Ⅱ〕の解答は，解答用紙「数学①」の所定の欄にマークしなさい。
6. 問題〔Ⅳ〕，〔Ⅴ〕は，解答用紙「数学②」の所定の欄に解答しなさい。
7. １問につき２つ以上マークしないこと。２つ以上マークした場合には，その解答は無効になります。
8. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
9. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
10. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。また，所定の欄以外には絶対に記入しないこと。
11. 解答用紙は持ち帰らず，必ず提出しなさい。
12. この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。
13. 試験時間は120分です。
14. マークシート記入例

良い例	悪　い　例
	

〔Ⅰ〕 次の空欄 $\boxed{\text{あ}}$ から $\boxed{\text{え}}$ に当てはまるもの（数・式など）を解答用紙の所定の欄に記入せよ。ただし e は自然対数の底である。

(1) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{e^x+1}$ の値は $\boxed{\text{あ}}$ である。

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）

(2) 関数$f(x)=(x^2+3x+1)e^{-x}$は$x=$ $\boxed{\text{い}}$ において最小値 $\boxed{\text{う}}$ をとる。

kを実数の定数とするとき，xについての方程式$f(x)=k$が異なる3つの実数解をもつようなkの範囲は $\boxed{\text{え}}$ である。

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）

〔Ⅱ〕 次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び，解答用紙の所定の欄にマークせよ。また空欄 $\boxed{\text{ウ}}$ から $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまる0から9までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし，$\boxed{\text{ウエオ}}$ は3桁，$\boxed{\text{カキ}}$ は2桁の数である。

(1) α を複素数，r を正の実数とし，$|\alpha| \neq r$ とする。複素数平面上の点 z が，点 α を中心とする半径 r の円周上を動くとき，点 $\dfrac{1}{z}$ は，点 $\boxed{\text{ア}}$ を中心とする半径 $\boxed{\text{イ}}$ の円周上を動く。

アの解答群

⓪ $\dfrac{\alpha}{r}$　① $\dfrac{\overline{\alpha}}{r}$　② $\dfrac{1}{r\alpha}$　③ $\dfrac{1}{r\overline{\alpha}}$

④ $\dfrac{\alpha}{|\alpha|^2+r^2}$　⑤ $\dfrac{\overline{\alpha}}{|\alpha|^2+r^2}$　⑥ $\dfrac{\alpha}{|\alpha|^2-r^2}$　⑦ $\dfrac{\overline{\alpha}}{|\alpha|^2-r^2}$

⑧ $\dfrac{\alpha}{r^2-|\alpha|^2}$　⑨ $\dfrac{\overline{\alpha}}{r^2-|\alpha|^2}$

イの解答群

⓪ $\dfrac{1}{r|\alpha|}$　① $r|\alpha|$　② $\dfrac{1}{\big||\alpha|-r\big|}$

③ $\big||\alpha|-r\big|$　④ $\dfrac{r}{|\alpha|^2+r^2}$　⑤ $\dfrac{|\alpha|^2+r^2}{r}$

⑥ $\dfrac{\sqrt{2|\alpha|^2-r^2}}{\big||\alpha|^2-r^2\big|}$　⑦ $\dfrac{\big||\alpha|^2-r^2\big|}{\sqrt{2|\alpha|^2-r^2}}$

⑧ $\dfrac{r}{\big||\alpha|^2-r^2\big|}$　⑨ $\dfrac{\big||\alpha|^2-r^2\big|}{r}$

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）

(2) $xyz = -240$ を満たす整数 x，y，z の組は全部で $\boxed{\text{ウエオ}}$ 個ある。

また $xyz = -240$ かつ $x + y + z = 0$ を満たす整数 x，y，z の組は全部で $\boxed{\text{カキ}}$ 個ある。

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）

〔Ⅲ〕 次の空欄 $\boxed{\text{か}}$ ， $\boxed{\text{き}}$ に当てはまる数を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) 白玉３個，赤玉３個，青玉３個が入っている袋から，３個の玉を同時に取り出したとき，白玉，赤玉，青玉がそれぞれ１個ずつである確率は $\boxed{\text{か}}$ である。

(2) 白玉３個，赤玉３個，青玉３個が入っている袋と，

白玉４個，赤玉４個，青玉１個が入っている袋と，

白玉５個，赤玉２個，青玉２個が入っている袋がある。

この３つの袋から１つの袋を選び，選んだ袋から３個の玉を同時に取り出したとき，白玉，赤玉，青玉がそれぞれ１個ずつであった。

このとき，選んだ袋が，白玉５個，赤玉２個，青玉２個が入っていた袋である条件付き確率は $\boxed{\text{き}}$ である。

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）

〔Ⅳ〕 数列$\{a_n\}$は以下の条件(i), (ii), (iii)を満たすとする。ただし，その第n項a_nを$a(n)$と表すことにする。

(i) すべての自然数nに対して，$a(n)$は自然数である。

(ii) nが2017以下の自然数のとき，$a(n)=a(a(n+201))$である。

(iii) nが2018以上の自然数のとき，$a(n)=n-200$である。

以下の問いに答えよ。

(1) $a(2017)$を求めよ。

(2) nが1817以上かつ2017以下の自然数のとき，$a(n)=a(2017)$が成り立つことを示せ。

(3) nが1816以下の自然数のとき，$a(n)=a(2017)$が成り立つことを示せ。

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）

〔V〕 a と b を正の数とする。座標平面上で曲線 C：$y=\sqrt{ax}$ と直線 k：$y=b$ の交点をAとし，点Aにおける曲線 C の接線を ℓ とする。ℓ を対称軸として，k を対称移動した直線を m とする。m と x 軸との交点をPとする。

以下の問いに答えよ。

(1) ℓ と m の方程式，およびPの座標を求めよ。

(2) 曲線 C，線分APおよび x 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。

(3) (2)の図形に関し，$a=3$ のときの面積を $S(b)$ とし，$a=2$ のときの面積を $T(b)$ とする。また $G(b)=S(b)-T(b)$ とおく。$G(b)$ の最大値とそのときの b の値を求めよ。

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）