



## 数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. この問題用紙は6ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。解答欄は裏面にもある。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
7. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題冊子は、必ず持ち帰ること。
10. 試験時間は60分である。
11. マークシート記入例

良い例	悪い例
	





[ I ]  $a, b, c$  は正の整数である。以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

(1)  $a^2 - 8a + b + 12 \leq 0$  となる  $a, b$  の組は全部で  通りある。

(2)  $a^3 + b^3 = 3c, a + b \leq 10$  となる  $a, b, c$  の組は全部で  通りある。

(3)  $\log_{10} a + \log_{10} b + \log_{10} 5 = 5$  となる  $a, b$  の組は全部で  通りある。

(4)  $\frac{1}{20} \leq \frac{1}{a} \leq \frac{1}{\sqrt{b}}$  となる  $a, b$  の組は全部で  通りある。

(5)  $\int_1^5 (6x^2 - 2ax - b) dx \geq 0$  となる  $a, b$  の組は全部で  通りある。

(このページは計算用紙として使用しなさい。)

〔Ⅱ〕 平面上に三角形 ABC と点 O を中心とするこの三角形の内接円がある。3 辺の長さは  $AB = 8$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 7$  である。また、直線 AO と辺 BC の交点を P, 直線 CO と辺 AB の交点を Q とし、点 O から辺 BC に下ろした垂線の足を H とする。 $\vec{CA} = \vec{a}$ ,  $\vec{CB} = \vec{b}$  とする。

以下の間に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

(1)  $\cos \angle ACB = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$  であり、三角形 ABC の面積は

$\boxed{\text{タチ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$  である。また、 $\angle ACQ = \angle BCQ$  より、

$\cos \angle ACQ = \frac{\boxed{\text{テ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$  である。

(2) 3 辺の長さの比より、 $\vec{CQ} = \frac{\boxed{\text{ニ}} \vec{a} + \boxed{\text{ヌ}} \vec{b}}{\boxed{\text{ネノ}}}$  である。

また、 $\vec{CO} = \frac{\boxed{\text{ハ}} \vec{a} + \boxed{\text{ヒ}} \vec{b}}{\boxed{\text{フヘ}}}$  であり、

$\vec{OH} = \frac{-\boxed{\text{ホ}} \vec{a} + \boxed{\text{マミ}} \vec{b}}{\boxed{\text{マミ}}}$  である。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

〔Ⅲ〕 次の  $\theta$  の関数を考える。

$$y = 10 \sin^2 \theta + 5\sqrt{3} \sin 2\theta - a(\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta)$$

ただし、 $a$  は実数の定数とし、 $\theta$  は  $0^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$  を満たすものとする。

以下の間に答えなさい。

設問(1)は空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

設問(2)は裏面の所定の欄に解答のみを書きなさい。

設問(3)は裏面の所定の欄に解答と計算の途中式を書きなさい。

(1)  $x = \sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$  とおくと、 $x$  は

$$x = \boxed{\text{ム}} \sin \left( \theta + \boxed{\text{メモ}}^\circ \right)$$

と表される。 $x$  の取り得る値の範囲は、 $\boxed{\text{ヤ}} \leq x \leq \sqrt{\boxed{\text{ユ}}}$  である。

(2)  $y$  を  $x$  を用いて表した式を書きなさい。

(3) (2)の式により  $y$  を  $x$  の関数として、 $y$  の最小値と最大値を求めなさい。



(このページは計算用紙として使用しないでください。)





