

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. この問題用紙は8ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。解答欄は裏面にもある。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
7. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しきずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題冊子は、必ず持ち帰ること。
10. 試験時間は60分である。
11. マークシート記入例

良い例	悪い例
○	○ × ○

[I] 以下の間に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

(1) 1から99までの整数のうち3または4の倍数となる整数は、全部で

アイ 個あり、それらの合計は **ウエオカ** である。

(2) $3^n < 10^{10} < 3^{n+1}$ を満たす整数 n は **キク** である。このとき、 $\sum_{k=1}^n 3^k$ は
10けたの整数で、下3けたの数字は **ケコサ** となる。ただし、 $3^{10} = 59049$
であり、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(このページは計算用紙として使用しなさい。)

[II] a, b, c は、1 から 10 までの整数である。以下の間に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

- (1) $a^2 + b^2 + c^2$ が 3 の倍数となる a, b, c の組は、全部で **シスセ** 通りある。
- (2) $a^2 + bc > ab + ac$ を満たす a, b, c の組は、全部で **ソタチ** 通りある。

(このページは計算用紙として使用しない。)

[III] 同一平面上の3点A, B, Cを頂点とする三角形ABCがあり、辺ABの長さは10, $\cos \angle CAB = \frac{5}{9}$, $\cos \angle CBA = \frac{13}{15}$ である。同じ平面上に点Pがあり、直線PCと直線ABの交点をHとする。また、直線PAと直線BC, 直線BPと直線ACは直交している。 $\vec{CA} = \vec{a}$, $\vec{CB} = \vec{b}$ とする。以下の間に答えなさい。

空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) 三角形ABCの3辺AB, BC, CAの長さの合計は

ツ	テ
ト	

 である。

また、 $\cos \angle ACB = -\frac{\text{ナ}}{\text{ニヌ}}$ である。

(2) $\vec{CH} = \frac{\text{ネノ}}{\text{ヒフ}} \vec{a} + \frac{\text{ハ}}{\text{ヒフ}} \vec{b}$ であり、

$|\vec{CH}| : |\vec{CP}| = \text{ヘホ} : \text{マ}$ である。

(このページは計算用紙として使用しない。)

[IV] xy 平面上で曲線 $y = x^3 - ax^2 + bx + c$ を C とする。曲線 C 上の点(1, 0)における接線の方程式は $y = -x + 1$ であり、この接線は曲線 C と点(0, 1)で交わる。以下の間に答えなさい。

設問(1), (2)は空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

また、設問(3)は解答用紙の裏面の所定欄に解答と計算の途中式を書きなさい。

ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) 曲線 C の式において、 $a = \boxed{\text{ミ}}$, $b = \boxed{\text{ム}}$, $c = \boxed{\text{メ}}$ である。

(2) 点(1, 0)を通る曲線 C の接線の方程式は、 $y = -x + 1$ と

$$y = -\frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}} (x - 1) \text{ である。}$$

(3) 曲線 C 上の点 P において、曲線 C の2本の接線が直交しているとする。このような曲線 C 上の点 P は2個存在する。それらの点の x 座標を求めなさい。

(このページは計算用紙として使用しない。)

