



# 数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. この問題冊子は7ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。解答欄は裏面にもある。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
7. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題冊子は、必ず持ち帰ること。
10. 試験時間は60分である。
11. マーク記入例

良い例	悪い例
	

問Ⅰ 赤、青、白の3つのサイコロを投げ、出た目の数をそれぞれ  $x, y, z$  とする。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

(1)  $100x + 10y + z$  が9の倍数となる確率は、 $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエオ}}}$  である。

(2)  $xy^2 + yz^2 + zx^2 = x^2y + y^2z + z^2x$  となる確率は、 $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$  である。

(3)  $\log_{10} xy^2z^3$  の期待値は、

$\boxed{\text{ク}} + \boxed{\text{ケ}} \log_{10} 2 + \boxed{\text{コ}} \log_{10} 3$  である。

(4)  $\theta (0^\circ \leq \theta < 360^\circ)$  を未知数とする方程式： $x \cos \theta + y \sin \theta = 5$  が解をも

つ確率は、 $\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$  である。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

問Ⅱ  $a, b$  をともに正の整数とする。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

(1)  $0 < a + 3b \leq 150$  を満たす  $a, b$  の組は、全部で ソタチツ 組ある。

(2)  $0 < \log_2 a \leq b \leq 10$  を満たす  $a, b$  の組は、全部で テトナニ 組ある。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

問Ⅲ 原点を  $O$  とする  $xy$  平面上に 3 点  $A, B, C$  がある。  $O, C, A$  の 3 点はこの順番で一直線上にあり、点  $A$  と点  $B$  の中点  $M$  は三角形  $ABC$  の外接円の中心である。  $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}$  とすると、  $|\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 3, \vec{a} \cdot \vec{b} = 10$  である。このとき、この外接円と直線  $OB$  は相異なる 2 点で交わり、このうち  $B$  でない交点を  $D$  とする。

空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) 三角形  $ABC$  の外接円の半径は、  $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$  である。

(2)  $\vec{OC} = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}} \vec{a}, \vec{OD} = \frac{\boxed{\text{フヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}} \vec{b}$  である。

(3) 点  $A, B, C, D$  までの距離の和が最小となる平面上の点を  $P$  とすると、

$$\vec{OP} = \frac{\boxed{\text{マ}} \vec{a} + \boxed{\text{ミム}} \vec{b}}{\boxed{\text{メモ}}}$$

$$|\vec{AP}| + |\vec{BP}| + |\vec{CP}| + |\vec{DP}| = \frac{\boxed{\text{ヤユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}} \text{となる。}$$

(このページは計算用紙として使用しなさい。)

問IV  $xy$  平面上の曲線  $R: y = x^3 - 9x^2 - 165x + 8$  がある。この曲線  $R$  の極小点を  $P_1$  とし、点  $P_1$  における曲線  $R$  の接線と  $R$  の交点のうち  $P_1$  と異なる点を  $P_2$  とする。さらに、点  $P_2$  における  $R$  の接線と  $R$  の交点のうち  $P_2$  と異なる点を  $P_3$  とし、以下同様に  $P_4, P_5, P_6, \dots, P_i, \dots$  を定めていく。なお、点  $P_i$  の  $x$  座標を  $p_i$  と表記する。

空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。設問(2)の解答は解答用紙の裏面を使用し、計算の途中式も書きなさい。

- (1)  $p_1 =$   ,  $p_2 = -$   となる。
- (2)  $p_n$  の値を  $n$  を用いて表しなさい。