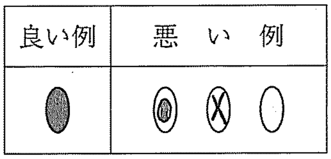
2020 年度　明治大学
【経 営 学 部】
解答時間　　60分
配点　　　　100点

ゆ

数　学　問　題

はじめに，これを読みなさい。

1. この問題冊紙は 6 ページある。**ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含まない。**
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークするか，または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。解答欄は裏面にもある。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
7. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. **解答用紙はすべて回収する。**持ち帰らず，必ず提出すること。ただし，この問題冊子は，必ず持ち帰ること。
10. 試験時間は 60 分である。
11. マークシート記入例



〔Ⅰ〕　以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

(1)　$x^2+9x-16 \leqq 0$ を満たす整数は全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 個ある。

(2)　$2y-3x-2 \leqq 0$ と $4^{x-1}-17\times 2^{x-1}+16 \leqq 0$ を満たす自然数 x, y の組は全部で $\boxed{\text{ウエ}}$ 通りある。

(3)　$\log_3(x+y-3) \leqq 3\log_3 2$ を満たす自然数 x, y の組は全部で $\boxed{\text{オカ}}$ 通りある。

(4)　初項が 3，公差が 2 の等差数列がある。初項から第 n 項までの和を S_n と表すとき，$S_n \leqq 10000$ を満たす最大の自然数 n は $\boxed{\text{キク}}$ である。

(このページは計算用紙として使用しなさい。)

〔Ⅱ〕 四面体 OABC があり，辺 OA の長さは 4，辺 OB の長さは 4，辺 OC の長さは 5 である。また，∠AOB，∠BOC，∠COA はすべて 60° である。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とおく。

このとき，点 O から辺 BC におろした垂線の交点を D とする。さらに，線分 DC を 8 : 7 に内分する点を E とし，三角形 ABE の重心を G とする。

以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし，分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\vec{b} + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\vec{c}$$

であり，線分 OD の長さは $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(2) $\cos\angle\mathrm{AOD} = \dfrac{\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テト}}}$ であり，

三角形 OAD の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \frac{\boxed{\text{ハ}}\,\vec{a} + \boxed{\text{ヒ}}\,\vec{b} + \boxed{\text{フ}}\,\vec{c}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

であり，線分 OG の長さは $\boxed{\text{ホ}}\sqrt{\boxed{\text{マ}}}$ である。

(このページは計算用紙として使用しなさい。)

〔Ⅲ〕 座標平面上に 2 つの放物線がある。放物線 $y = -x^2 + 1$ を C_1 とし，放物線 $y = -x^2 + 6x - a$ を C_2 とする。ただし，a は定数とする。放物線 C_1 と放物線 C_2 の両方に接する直線を ℓ とする。直線 ℓ と 2 つの放物線 C_1，C_2 で囲まれる部分を D とする。

以下の問に答えなさい。ただし，分数はすべて既約分数にしなさい。

設問 (1) は空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

設問 (2) は裏面の所定の欄に解答のみ書きなさい。

設問 (3) は裏面の所定の欄に計算の途中式と解答を書きなさい。

(1) $a = 5$ のとき，直線 ℓ と放物線 C_1 の接点は $\left(-\dfrac{\boxed{ミ}}{\boxed{ム}}, \dfrac{\boxed{メ}}{\boxed{モ}}\right)$ であり，直線 ℓ と放物線 C_2 の接点は $\left(\dfrac{\boxed{ヤ}}{\boxed{ユ}}, \dfrac{\boxed{ヨラ}}{\boxed{リ}}\right)$ である。D の面積は $\dfrac{\boxed{ル}}{\boxed{レ}}$ である。

(2) 直線 ℓ の方程式を a を用いて表しなさい。

(3) (2) の式を用いて D の面積を求めなさい。

(このページは計算用紙として使用しなさい。)