て

数　学　問　題

注　意

1. この問題冊子は12ページあります。試験開始の指示のあとで確認しなさい。
2. 解答用紙には表と裏に解答欄があります。また，受験番号が解答用紙に印刷されています。印刷されている受験番号と受験票に記されているあなたの受験番号が一致していることを確認しなさい。
3. 監督者の指示に従って，解答用紙の所定の欄に氏名を記入しなさい。
4. 問題〔Ⅰ〕の解答は，解答用紙の所定の欄に，下のマーク記入例の良い例のようにマークしなさい。解答欄1行につき2つ以上マークしてはいけません。2つ以上マークした場合は，その解答は無効になります。
5. 問題〔Ⅱ〕，〔Ⅲ〕は，解答用紙の所定の欄に解答しなさい。
6. 解答は，鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
7. マークを訂正するときは，消しゴムできれいに消しなさい。なお，消しクズが解答用紙に残らないようにしなさい。
8. 解答用紙は汚したり折り曲げたりしてはいけません。また所定の欄以外には何も記入してはいけません。
9. 解答用紙は必ず提出しなさい。問題冊子は必ず持ち帰りなさい。
10. 試験時間は90分です。

(マーク記入例)

良い例	悪　い　例
	

〔Ⅰ〕 次の ア から ヌ にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙の所定の欄にマークせよ。$\boxed{\text{スセ}}$，$\boxed{\text{ソタ}}$，$\boxed{\text{チツ}}$，$\boxed{\text{テト}}$ は2桁の数，$\boxed{\text{ナニヌ}}$ は3桁の数である。なお、分数は既約分数にすること。

(1) $f(x)=x^2+4x+1$ とする。2次方程式 $x^2+px+q=0$ が異なる2解 α，β をもち，$f(\alpha)=\beta$ と $f(\beta)=\alpha$ が成り立つとき，定数 p，q は $p=\boxed{\text{ア}}$，$q=\boxed{\text{イ}}$ である。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

(2)　$AB=\sqrt{5}$，$AC=3$である△ABCにおいて，辺BC，CA，ABを1：2に内分する点をそれぞれP，Q，Rとする。このとき，

$$\overrightarrow{PQ}=-\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\overrightarrow{AB}+\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\overrightarrow{AC}$$

である。また，$\overrightarrow{PQ}$と$\overrightarrow{PR}$が垂直ならば，

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-\boxed{\text{キ}},\quad BC=\boxed{\text{ク}}$$

である。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

(3)　$f(x) = x^2(1-x)$ とすると，$f(x) \geqq 0$ となる x の範囲は $x \leqq \boxed{\text{ケ}}$ である。また，この範囲において，曲線 $y = \sqrt{f(x)}$ と x 軸で囲まれる図形の面積 S は，定積分

$$S = \int_a^b \sqrt{f(x)}\, dx$$

で表される。ただし，$a = \boxed{\text{コ}}$，$b = \boxed{\text{サ}}$ である。この定積分を計算すると $S = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ となる。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

(4) 図1，図2は，それぞれ，1つの大きな三角形に線分の仕切りを入れて，4個，9個の小さな三角形（以下，小三角形と呼ぶ）に分割した図形である。これらの図形を，赤，青，黄のうち2色以上を用いて塗り分ける。ただし，1つの小三角形は1つの色で塗り，辺を共有して隣り合う小三角形は異なる色で塗る。

(a) 図1の図形の塗り方は全部で $\boxed{\text{ソタ}}$ 通りあり，そのうち3色すべてを用いる塗り方は $\boxed{\text{チツ}}$ 通りある。

(b) 図2の図形を3色すべてを用いて塗り分ける。小三角形 P と小三角形 Q が同じ色となる塗り方は $\boxed{\text{テト}}$ 通りあり，小三角形 P と小三角形 Q が異なる色となる塗り方は $\boxed{\text{ナニヌ}}$ 通りある。

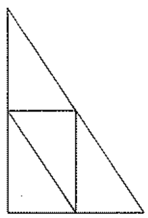


図1

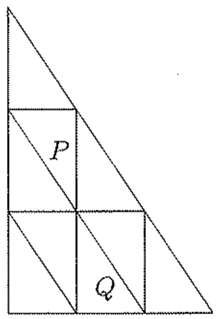


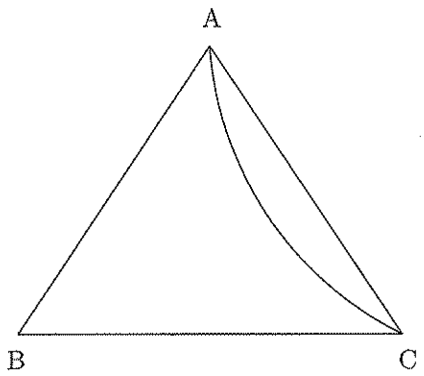
図2

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

〔Ⅱ〕 次の $\boxed{\text{あ}}$ から $\boxed{\text{か}}$ にあてはまる数や x の式を解答用紙の所定の欄に記入せよ。途中経過を記入する必要はない。$\boxed{\text{え}}$ と $\boxed{\text{え}}$ には同じものがあてはまる。

$\triangle$ABC において，$AB = AC = x$，$BC = 2$ とする。このとき，$\cos\angle BAC = \boxed{\text{あ}}$，$\sin\angle BAC = \boxed{\text{い}}$ であり，$\triangle$ABC の外接円の半径は $\boxed{\text{う}}$ である。

2 点 A，C を通る円の弧 AC で，図のように $\triangle$ABC の外部にはみ出さないものを考える。



このような円の弧のうち，円の半径が最小のものをとり，その円の中心を P とする。$\triangle$ABC の外心と点 P の距離は，$1 < x \leqq \boxed{\text{え}}$ のとき $\boxed{\text{お}}$ であり，$x \geqq \boxed{\text{え}}$ のとき $\boxed{\text{か}}$ である。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

〔Ⅲ〕 以下の問に答えよ。解答は最終結果だけでなく，途中経過も記述せよ。

座標空間において，連立不等式

$$\begin{cases} x^2+y^2 \leqq 1 \\ |x| \leqq \sin z \\ |y| \leqq \sin z \\ 0 \leqq z \leqq \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

で定められる立体を K とする。

(1) t を $0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}$ を満たす定数として，立体 K を z 軸に垂直な平面 $z=t$ で切ったときの断面積を $S(t)$ とする。必要に応じて場合分けをして，$S(t)$ を t の式で表せ。

(2) 立体 K のうち，2つの平面 $z=0$ と $z=\dfrac{\pi}{4}$ ではさまれた部分の体積 V を求めよ。

(3) 立体 K の体積 W を求めよ。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）