ち

数　学　問　題

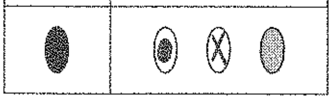
注　意

1. この問題冊子は12ページあります。解答用紙には，表と裏があります。
2. あなたの受験番号は解答用紙に印刷されています。印刷されている受験番号と，受験票の番号が一致していることを確認しなさい。
3. 解答用紙の所定の欄に氏名を記入しなさい。
4. 問題〔Ⅰ〕の解答は，解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
5. 問題〔Ⅱ〕，〔Ⅲ〕の解答は，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
6. 問題〔Ⅳ〕は，解答用紙の所定の欄に解答しなさい。
7. 1問につき2つ以上マークしないこと。2つ以上マークした場合には，その解答は無効になります。
8. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
9. 訂正するときは，消しゴムできれいに消し，消しクズを残さないこと。
10. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。また，所定の欄以外には絶対に記入しないこと。
11. 解答用紙は必ず提出しなさい。
12. 試験時間は90分です。

※　この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。

(マーク記入例)

良い例	悪　い　例



〔Ⅰ〕 以下の $\boxed{}$ の中のアからナにあてはまる0から9までの数字を，解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし，$\boxed{\text{カキク}}$，$\boxed{\text{コサシ}}$，$\boxed{\text{タチツ}}$，$\boxed{\text{テトナ}}$ は3桁の数，$\boxed{\text{セソ}}$ は2桁の数であり，その他は1桁の数である。なお，分数は既約分数にすること。また，$\boxed{\text{ニ}}$，$\boxed{\text{ヌ}}$，$\boxed{\text{ネ}}$ にあてはまるものを解答群の中から選び，解答用紙の所定の欄にマークせよ。

(1) 座標平面上の点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が媒介変数 θ を用いて

$$x = -\sin\theta + 2\cos\theta$$

$$y = 2\sin\theta + 3\cos\theta$$

と表されているとする。このとき，原点をOとすると

$$\mathrm{OP}^2 = \boxed{\text{ア}}\sqrt{2}\sin\left(\boxed{\text{イ}}\,\theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{ウ}}}\right) + \boxed{\text{エ}}$$

が成り立つ。

(2)　4つのサイコロを投げて，出た目の積を m とする。

(a)　$m=10$ となる確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カキク}}$ である。また，$m=60$ となる確率は $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コサシ}}$ である。

(b)　m が 10 と互いに素になる確率は $\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セソ}}$ である。また，m が 10 の倍数となる確率は $\dfrac{\boxed{タチツ}}{\boxed{テトナ}}$ である。

ただし，自然数 a と b が互いに素であるとは，a と b が 1 以外の公約数を持たないことをいう。

(3) xy 座標平面上で，原点 O を中心とする半径 1 の円 O に正三角形 ABC が内接していて，三点 A，B，C はその順に反時計回りに位置している。点 A の x 座標と y 座標はともに正とする。直線 AC と y 軸は点 D で交わっていて，点 D を通り直線 BC に平行な直線は，円 O に点 E で接するという。このとき，線分 DE の長さは $\boxed{\text{ニ}}$ であって，$\tan(\angle \mathrm{ODE}) = \boxed{\text{ヌ}}$ となる。ゆえに，点 A の y 座標は $\boxed{\text{ネ}}$ である。

$\boxed{\text{ニ}}$，$\boxed{\text{ヌ}}$ **の解答群**

⓪ $\dfrac{1}{3}$	① $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$	② $\dfrac{1}{2}$	③ $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	④ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$
⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	⑥ 1	⑦ $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$	⑧ $\sqrt{2}$	⑨ $\sqrt{3}$

$\boxed{\text{ネ}}$ **の解答群**

⓪ $\sqrt{\dfrac{1}{3}}$	① $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$	② $\sqrt{\dfrac{2}{5}}$	③ $\sqrt{\dfrac{3}{5}}$	④ $\sqrt{\dfrac{3}{7}}$
⑤ $\sqrt{\dfrac{4}{7}}$	⑥ $\sqrt{\dfrac{5}{11}}$	⑦ $\sqrt{\dfrac{6}{11}}$	⑧ $\sqrt{\dfrac{6}{13}}$	⑨ $\sqrt{\dfrac{7}{13}}$

〔II〕 以下の空欄 $\boxed{\text{あ}}$ から $\boxed{\text{う}}$ にあてはまるもの(数・式など)を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

$f(x)=\frac{1}{2}x^2-3x-1+|x^2-2x-3|$ とおく。

(1) 不等式 $x^2-2x-3\leqq 0$ を解くと $\boxed{\text{あ}}$ となる。

(2) 方程式 $f(x)=0$ の実数解をすべて求めると $\boxed{\text{い}}$ となる。

(3) 関数 $y=f(x)$ の定義域を $-2\leqq x\leqq 5$ とするとき，値域は $\boxed{\text{う}}$ となる。

〔Ⅲ〕 行列$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$の成分は，$a+d-1=ad-bc$を満たすとする。また，

数列x_0，x_1，x_2，…とy_0，y_1，y_2，…は

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たすとする。座標平面上の点$(x_n,\ y_n)$をP_nと表し，Oは原点とする。点O，P_0，P_1は同一直線上にはないと仮定し，$g=ad-bc$とおく。

以下の空欄 $\boxed{\text{え}}$ から $\boxed{\text{こ}}$ にあてはまるものを，g，nを用いて表し，解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}_2}=(\boxed{\text{え}})\overrightarrow{\mathrm{OP}_1}+(\boxed{\text{お}})\overrightarrow{\mathrm{OP}_0}$である。

(2) $g \neq 1$のとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}_n}=\frac{\boxed{\text{か}}}{1-g}\overrightarrow{\mathrm{OP}_1}+\frac{\boxed{\text{き}}}{1-g}\overrightarrow{\mathrm{OP}_0} \quad (n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$

である。

(3) $|g|<1$のとき

$$\lim_{n\to\infty} x_n=\boxed{\text{く}}\,x_1+\boxed{\text{け}}\,x_0$$

$$\lim_{n\to\infty} y_n=\boxed{\text{く}}\,y_1+\boxed{\text{け}}\,y_0$$

である。

(4) $0<g<1$とする。点$\left(\lim_{n\to\infty} x_n,\ \lim_{n\to\infty} y_n\right)$は線分$\mathrm{P}_1\mathrm{P}_0$を $\boxed{\text{こ}}$ ：1に外分する。

〔Ⅳ〕 以下の問に答えよ。答えだけでなく解答の途中経過も書くこと。

曲線 $y = \log x$ 上の点 $\mathrm{P}(t,\ \log t)$ における接線を ℓ とする。

(1) 直線 ℓ の方程式を求めよ。

以下では，曲線 $y = ax^2 - b$ は点Pを通り，Pにおいて ℓ に接しているとする。ただし，a と b は正の数である。曲線 $y = ax^2 - b$ と x 軸で囲まれた図形の面積を S とする。

(2) S を a，b を用いて表せ。

(3) a，b を t で表し，t のとりうる値の範囲を求めよ。

(4) S の最大値を求めよ。なお，S がその最大値をとる t の値も求めること。