い

数　学　問　題

注　意

1. この問題冊子は14ページあります。解答用紙には，表と裏があります。
2. あなたの受験番号は解答用紙に印刷されています。印刷されている受験番号と，受験票の番号が一致していることを確認しなさい。
3. 解答用紙の所定の欄に氏名を記入しなさい。
4. 問題〔Ⅰ〕の解答は，解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
5. 問題〔Ⅱ〕，〔Ⅲ〕の解答は，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
6. 問題〔Ⅳ〕は，解答用紙の所定の欄に解答しなさい。
7. 1問につき2つ以上マークしないこと。2つ以上マークした場合には，その解答は無効になります。
8. 解答は，必ず鉛筆又はシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
9. 訂正するときは，消しゴムできれいに消し，消しクズを残さないこと。
10. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。また所定の欄以外には絶対に記入しないこと。
11. 解答用紙は必ず提出しなさい。
12. 試験時間は90分です。

※　この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。

(マーク記入例)

良い例	悪い例
	

〔I〕 以下の **ア** から **チ** にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙の所定の欄にマークせよ。$\boxed{\textbf{エオ}}$，$\boxed{\textbf{クケ}}$，$\boxed{\textbf{サシ}}$，$\boxed{\textbf{タチ}}$ は 2 桁の数，$\boxed{\textbf{アイウ}}$，$\boxed{\textbf{スセソ}}$ は 3 桁の数であり，その他は 1 桁の数である。なお，分数は既約分数にすること。また，**ツ** から **ナ** にあてはまるものを解答群から選び，所定の欄にマークせよ。

(1) 第 3 項が 0 であって，第 1 項から第 6 項までの和が 6 であるような等差数列の第 n 項を a_n とする。このとき，$a_N \geqq 300$ となるような正の整数 N のうち最小のものを N_1 とすると，$N_1 = \boxed{\textbf{アイウ}}$ である。また，$\sum_{n=1}^{N} a_n \geqq 300$ となるような正の整数 N のうち最小のものを N_2 とすると，$N_2 = \boxed{\textbf{エオ}}$ である。

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）

(2)　$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\tan\theta = \dfrac{3}{4}$ ならば，$\tan\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であり，

$\tan\dfrac{\theta}{4} = \sqrt{\boxed{\text{クケ}}} - \boxed{\text{コ}}$ である。

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）

(3) さいころを4回投げるとき，k 回目に出る目を A_k $(k=1,2,3,4)$ とする。

(a) $A_1 < A_2 < A_3 < A_4$ となる目の出方は，$\boxed{\text{サシ}}$ 通りである。

(b) $A_1 < A_2 < A_3$ かつ $A_3 \neq A_4$ となる目の出方は，$\boxed{\text{スセソ}}$ 通りである。

(c) $A_1 < A_2 < A_3$ かつ $A_3 > A_4$ となる目の出方は，$\boxed{\text{タチ}}$ 通りである。

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）

(4) x, y は実数として，次の 4 つの命題を考える。

(a) $xy \geqq 1 \implies x + y \geqq 2$

(b) $x^2 + y^2 \leqq 1 \implies |x| + |y| \leqq \sqrt{2}$

(c) $x + y \leqq 2 \implies$「$x \leqq 1$ または $y \leqq 1$」

(d) $x^2 + y^2 \leqq 1 \implies x^4 + y^4 \leqq 1$

これらの命題の真偽を判定すると，(a) は $\boxed{\text{ツ}}$，(b) は $\boxed{\text{テ}}$，(c) は $\boxed{\text{ト}}$，(d) は $\boxed{\text{ナ}}$ である。

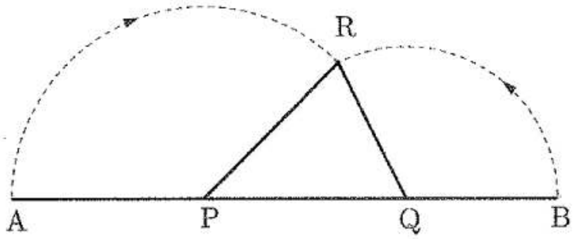
ツ，テ，ト，ナ の解答群

⓪ 真　　① 偽

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）

〔 II 〕　以下の $\boxed{\text{あ}}$ から $\boxed{\text{か}}$ にあてはまるもの（数，式など）を解答用紙の所定の欄に記入せよ。ただし，途中経過は必要でない。

平面上に長さ 2 の線分 AB がある。線分 AB 上に異なる 2 点 P，Q をとり，A，B が同一の点にくるように，線分 AB を P と Q で折り曲げて三角形 PQR をつくる。



すなわち，点 A，P，Q，B はこの順に並んでいて，点 R は直線 AB 上にない点であり，線分の長さについて

$$\mathrm{AP} = \mathrm{PR}, \quad \mathrm{BQ} = \mathrm{QR}$$

が成り立っている。この平面上に直交座標を A$(-1, 0)$，B$(1, 0)$ となるようにとって，点 R の座標を (x, y) とおく。ただし，$y > 0$ とする。

以下，$a = \mathrm{AP}$，$b = \mathrm{BQ}$ とおく。

(1)　a, b を x, y を用いて表すと，$a = \boxed{\text{あ}}$，$b = \boxed{\text{い}}$ である。

(2)　$\mathrm{PQ} = \dfrac{2}{3}$ かつ $x = \dfrac{1}{2}$ のとき，$y = \boxed{\text{う}}$，$a = \boxed{\text{え}}$，$b = \boxed{\text{お}}$ である。

(3)　$\mathrm{PQ} < \dfrac{2}{3}$ かつ $x = \dfrac{1}{2}$ が成り立つように P，Q が動くとき，y のとりうる値の範囲は，$\boxed{\text{か}}$ である。

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）

〔 III 〕 以下の $\boxed{\text{き}}$ から $\boxed{\text{け}}$ にあてはまるもの（数，式など）を解答用紙の所定の欄に記入せよ。ただし，途中経過は必要でない。

O を原点とする xyz 空間内に点 $\mathrm{A}(0,1,1)$ がある。また，$y>0$ の範囲に点 $\mathrm{P}(x,y,z)$ を考える。

(1) $\cos\angle\mathrm{AOP}$ を x,y,z を用いて表すと，$\cos\angle\mathrm{AOP}=\boxed{\text{き}}$ となる。

(2) $\angle\mathrm{AOP}=\dfrac{\pi}{4}$ のとき，z を x,y を用いて表すと，$z=\boxed{\text{く}}$ となる。

(3) $\angle\mathrm{AOP}=\dfrac{\pi}{4}$ を満たす点 P の全体を K，平面 $x=1$ を L とする。L と K との共通部分を C_1，L と平面 $y=1$ との共通部分を C_2，L と平面 $z=2$ との共通部分を C_3 とする。L において C_1 と C_2 と C_3 で囲まれた領域の面積は，$\boxed{\text{け}}$ である。

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）

〔 Ⅳ 〕　以下の問に答えよ。(1), (3) の解答は，最終結果だけでなく，途中経過も書くこと。

$0 \leqq t \leqq \pi$ を定義域とする 2 つの関数

$$f(t) = \cos 2t + 2\cos t, \quad g(t) = 1 - \cos 2t$$

を考える。

(1)　関数 $f(t)$ と $g(t)$ の増減を調べよ。

(2)　t を媒介変数として

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases} \qquad (0 \leqq t \leqq \pi)$$

で表される xy 平面上の曲線を C とする。(1) の結果を用いて，C の概形を描け。

(3)　C と x 軸とで囲まれる図形の面積 S を求めよ。ただし，必要ならば次の等式が成り立つことを証明せずに用いてよい。

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\}$$
$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\}$$
$$\sin\alpha\sin\beta = -\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)\}$$

（このページは，計算や下書きに利用してもよい。）