





# 数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

(注意事項)

1. この問題用紙は5ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. これは、数学の問題である。解答用紙が出願時に選択した科目であるかどうか確認のうえ、解答すること。
3. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
4. 解答用紙には受験番号が印刷されているので、受験番号が正しいかどうか受験票と照合し確認すること。
5. 解答はすべて「解答用紙」の解答欄に記入またはマークすること。解答欄以外のところには何も記入しないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆又はシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
7. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 文字は一点一画まで正確に書くこと。
10. 解答用紙は持ちかえらないこと。
11. この問題用紙は必ず持ちかえること。
12. この試験時間は60分である。
13. マークの記入例

良い例	悪い例
	  

[ I ] 次の各問の  にあてはまる数または式を各解答群から選び、解答用紙の所定の欄にマークせよ。同一のものを何回使用してもよい。また、分数はすべて既約分数で表せ。

(1)  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$  のとき、 $\sin \theta \cos \theta = -\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$  である。

《解答群》

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4  
 (F) 5      (G) 6      (H) 7      (I) 8      (J) 9

(2) 不等式  $|5x - 41| < 2x + 1$  を満たす整数  $x$  の最大値は  アイ であり、最小値は  ウ である。

《解答群》

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4  
 (F) 5      (G) 6      (H) 7      (I) 8      (J) 9

(3)  $(x - 3y + z)^6$  の展開式における、 $x^2 y^2 z^2$  の項の係数は  アイウ である。

《解答群》

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4  
 (F) 5      (G) 6      (H) 7      (I) 8      (J) 9

(4) 四面体 ABCD において、2 辺 AC, BD の中点をそれぞれ M, N とする。ま

た、 $\vec{AB} = \vec{b}$ ,  $\vec{AC} = \vec{c}$ ,  $\vec{AD} = \vec{d}$  とする。このとき、

①  $\vec{MN}$  を  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{d}$  で表すと、 $\vec{MN} = \boxed{\text{ア}}$  となる。

②  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{CB} + \vec{CD} = \boxed{\text{イ}}$   $\vec{MN}$  である。

《アの解答群》

Ⓐ  $\frac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{2}$

Ⓑ  $\frac{\vec{b} - \vec{c} + \vec{d}}{2}$

Ⓒ  $\frac{\vec{b} + \vec{c} - \vec{d}}{2}$

Ⓓ  $\frac{\vec{b} - \vec{c} - \vec{d}}{2}$

Ⓔ  $\frac{-\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{2}$

Ⓕ  $\frac{-\vec{b} - \vec{c} + \vec{d}}{2}$

Ⓖ  $\frac{-\vec{b} + \vec{c} - \vec{d}}{2}$

Ⓖ  $\frac{2\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{2}$

Ⓖ  $\frac{\vec{b} + 2\vec{c} + \vec{d}}{2}$

Ⓙ  $\frac{\vec{b} + \vec{c} + 2\vec{d}}{2}$

《イの解答群》

Ⓐ 0

Ⓑ 1

Ⓒ 2

Ⓓ 3

Ⓔ 4

Ⓕ 5

Ⓖ 6

Ⓖ 7

Ⓖ 8

Ⓖ 9

〔Ⅱ〕 直線  $y = ax$  ①, 放物線  $y = -x(x - 3)$  ②がある。ここで  $a$  はある定数で  $0 < a < 3$  とする。このとき, 次の各問の  にあてはまる数を解答群から選び, 解答用紙の所定の欄にマークせよ。同一のものを何回使用してもよい。また, 分数はすべて既約分数で表せ。

(1) 直線①と放物線②によって囲まれた部分の面積を  $S_1$  とすると,

$$S_1 = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} (\text{ウ} - a) \text{エ} \text{である。}$$

(2) 放物線②と  $x$  軸で囲まれる部分の面積が直線①によって二つの部分に分割され, 直線①と放物線②によって囲まれた部分の面積と, 直線①, 放物線②および  $x$  軸によって囲まれた部分の面積の比が  $2 : 1$  になるとき,

$$a = \text{オ} - \sqrt[3]{\text{カキ}} \text{である。}$$

(3)  $a = \frac{1}{3}$  のとき, 直線①と放物線②で囲まれた部分の面積  $S_1$  が, 直線①, 放物線②および直線  $x = b$  ( $b > 3$ ) で囲まれた部分の面積  $S_2$  と等しいとき,  $b$  の値は  ク  である。

《解答群》

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓝ 9 |

[Ⅲ]  $xy$  平面上の曲線  $C: y = x^2$  上に、原点  $O$  と異なる 2 つの点  $P(s, s^2)$ ,  $Q(t, t^2)$  がある。ただし、 $s \neq t$  とする。曲線  $C$  上の  $P, Q$  におけるそれぞれの接線を  $l_1, l_2$  とし、 $l_1, l_2$  の  $x$  軸との交点をそれぞれ  $P_0, Q_0$  とする。このとき、次の各設問の  にふさわしい解を求め、解答欄に記入せよ。

(1)  $P_0$  の座標は  $(\text{  }, \text{  })$  となり、 $Q_0$  の座標は  $(\text{  }, \text{  })$  となる。

(2)  $l_1$  と  $l_2$  の交点  $R$  の座標は  $(\text{  }, \text{  })$  である。

(3)  $P_0, Q_0, R$  を通る円の方程式を

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = c^2 \dots \dots \textcircled{1}$$

とおく。円の方程式①が  $P_0, Q_0$  を通ることと、 $P_0 \neq Q_0$  であることから

$$s + t = \text{  } \dots \dots \textcircled{2}$$

となる。

(4) 円の方程式①が  $P_0$  と  $R$  を通ることと、②と  $s \neq 0$  であることから、 $s, t,$

$a, b$  の満たす式は

$$\text{  } = 0 \dots \dots \textcircled{3}$$

となる。同じく  $Q_0$  と  $R$  を通ることと、②と  $t \neq 0$  であることから、 $s, t,$

$a, b$  の満たす式は

$$\text{  } = 0 \dots \dots \textcircled{4}$$

となる。②, ③, ④より、 $a \neq 0$  のとき

$$st = \text{  } \dots \dots \textcircled{5}$$

を得る。同じく  $a = 0$  のときも⑤が成り立つことがわかる。

(5) 円の方程式①が R を通ることを  $a, b, c$  を用いて表わすと

$$\boxed{\phantom{ax^2 + by^2 + c}} \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

となる。このことは、①が定点  $(\boxed{\phantom{a}}, \boxed{\phantom{b}})$  を通ることを意味する。