た

数　学　問　題

はじめに，これを読むこと。

（注意事項）

1. この問題用紙は 14 ページまである。**ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含まない。**
2. これは，数学の問題である。解答用紙が出願時に選択した科目であるかどうか確認のうえ，解答すること。
3. 解答用紙の所定の欄に，必ず氏名を記入すること。
4. 解答用紙には受験番号が印刷されているので，受験番号が正しいかどうか受験票と照合し確認すること。
5. 解答は，すべて解答用紙の解答欄に記入またはマークすること。解答欄以外のところは何も記入しないこと。
6. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
7. 訂正は消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 数・文字は正確に書くこと。
10. **解答用紙は持ち帰らないこと。**
11. この問題用紙は必ず持ち帰ること。
12. この試験時間は 60 分である。
13. マークの記入例

良い例	悪　い　例
	

〔Ⅰ〕 次の各問の $\boxed{}$ にあてはまる数を解答群から選び，解答用紙の所定の欄にマークせよ。同一のものを何回使用してもよい。また，分数はすべて既約分数で表せ。

(1) 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = 2x + 8$ で囲まれた領域を A とする。

① 領域 A の面積は $\boxed{\text{アイ}}$ である。

② 原点を通る直線 l が領域 A の面積を二等分するとき，直線 l と直線 $y = 2x + 8$ の交点の x 座標は，$\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

《解答群》

Ⓐ 0	Ⓑ 1	Ⓒ 2	Ⓓ 3	Ⓔ 4
Ⓕ 5	Ⓖ 6	Ⓗ 7	Ⓘ 8	Ⓙ 9

(2) 関数

$$y = 2(\sin\theta + \cos\theta)(61 - 25\sin\theta\cos\theta)$$

を考える。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{4}$ とする。

① $\sin\theta + \cos\theta = x$ とおくと，y は x を用いて

$$y = \boxed{\text{アイウ}}\,x - \boxed{\text{エオ}}\,x^3$$

と表せる。

② y が最大となる θ について，$\cos\theta = \dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

《解答群》

Ⓐ 0	Ⓑ 1	Ⓒ 2	Ⓓ 3	Ⓔ 4
Ⓕ 5	Ⓖ 6	Ⓗ 7	Ⓘ 8	Ⓙ 9

(3)　k を定数とする。0 以上のすべての x について，不等式

$$x^3 - k^2 x \geqq k(x^2 - 4)$$

が成り立つような k の値の範囲は，$\boxed{\text{ア}} \leqq k \leqq \boxed{\text{イ}}$ である。

《解答群》

Ⓐ　0	Ⓑ　1	Ⓒ　2	Ⓓ　3	Ⓔ　4
Ⓕ　5	Ⓖ　6	Ⓗ　7	Ⓘ　8	Ⓙ　9

(4)　一般項が $a_n = \dfrac{1}{16n^2 - 4}$ である数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第10項 a_{10} までの

和は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

《解答群》

Ⓐ　0	Ⓑ　1	Ⓒ　2	Ⓓ　3	Ⓔ　4
Ⓕ　5	Ⓖ　6	Ⓗ　7	Ⓘ　8	Ⓙ　9

(5) 赤箱と白箱のいずれか，または両方にあめが入っているとき，次のような試行を考える。

コインを1枚投げ，表が出たら，赤箱から白箱にあめを1つ移す。その際に，赤箱にあめがなければ，そのままにしておく。裏が出たら，白箱から赤箱にあめを1つ移す。その際に，白箱にあめがなければ，そのままにしておく。

赤箱と白箱に当初，あめが3つずつ入っているとする。

① この試行を4回続けたとき，赤箱と白箱にあめが3つずつ入っている確率は，$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$である。

② この試行を5回続けたとき，赤箱に6つのあめが入っている確率は，$\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$である。

《解答群》

Ⓐ 0	Ⓑ 1	Ⓒ 2	Ⓓ 3	Ⓔ 4
Ⓕ 5	Ⓖ 6	Ⓗ 7	Ⓘ 8	Ⓙ 9

〔Ⅱ〕 Oを原点とする座標空間に，1辺の長さが6の正四面体OABCがある。Aの座標は$(6, 0, 0)$である。またBはxy平面上に，Cは$x>0$，$y>0$，$z>0$を満たす領域にある。

次の各問に答えよ。このとき，根号の中の平方数は根号の外に出せ。

(1) 頂点BとCの座標を求めよ。

B(　　　,　　　,　　　)

C(　　　,　　　,　　　)

(2) Oから3点A，B，Cを通る平面に下ろした垂線とその平面の交点をHとする。点Hの座標を求めよ。

H(　　　,　　　,　　　)

〔Ⅲ〕 2つの放物線 $C_1: y=\dfrac{1}{2}x^2$ と $C_2: y=-(x-12)^2+21$ を考える。

次の各問の $\boxed{}$ にあてはまる値または式を答えよ。

(1) 放物線 C_1 と C_2 の両方に接する2つの直線の傾きをそれぞれ a, b とする。ただし，$a<b$ とする。このとき，

$$a=\boxed{}, \quad b=\boxed{}$$

である。

(2) $a<p<b$ とする。直線 $y=px+q$ が放物線 C_1 の下側にあり，かつ C_2 の上側に位置するときの q の値の範囲を $c<q<d$ とする。c と d をそれぞれ p の式で表すと，

$$c=\boxed{},$$
$$d=\boxed{}$$

である。

(3) p が $a<p<b$ の範囲を動くとき，$d-c$ が最大となるのは $p=\boxed{}$ のときである。