





数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

(注意事項)

1. この問題用紙は 15 ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. これは、数学の問題である。解答用紙が出願時に選択した科目であるかどうか確認のうえ、解答すること。
3. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
4. 解答用紙には受験番号が印刷されているので、受験番号が正しいかどうか受験票と照合し確認すること。
5. 解答はすべて「解答用紙」の解答欄に記入またはマークすること。解答欄以外のところは何も記入しないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
7. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 文字は一点一画まで正確に書くこと。
10. **解答用紙は持ち帰らないこと。**
11. この問題用紙は必ず持ち帰ること。
12. この試験時間は 60 分である。
13. マークの記入例

良い例	悪い例
	  

[I] 次の各問の にあてはまる数を解答群から選び、解答用紙の所定の欄にマークせよ。同一のものを何回使用してもよい。また、分数はすべて既約分数で表し、根号の中の平方数は根号の外に出して簡略化せよ。

(1) a を自然数とする。 x についての 3 次方程式

$$x^3 - (1 - 2a)x^2 + (68 - 2a)x - 68 = 0$$

を考える。

- ① この方程式は、 a の値によらず、 $x =$ ア を解にもつ。
② この方程式の解がすべて整数となるとき、 $a =$ イウ である。

《解答群》

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
(F) 5 (G) 6 (H) 7 (I) 8 (J) 9

このページは計算用紙として使用しないでください。

(2) i を虚数単位とし, $i^2 = -1$ である。 x についての方程式

$$(1 + i)x^2 + (4k + i)x + 1 + 4ki = 0$$

が, 実数解をもつような実数 k の値は, $k = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

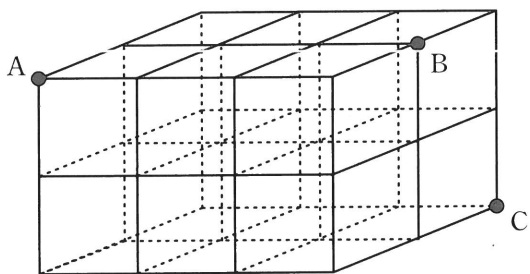
《解答群》

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
(F) 5 (G) 6 (H) 7 (I) 8 (J) 9

このページは計算用紙として使用しないでください。

(3) 下図のように12個の立方体を積み重ねた。図の実線と点線は元の立方体の各辺に対応している。

- ① この図の実線または点線に沿って進むとき、点Aから点Bを通って点Cに至る最短経路は アイ 通りある。
- ② この図の実線または点線に沿って進むとき、点Aから点Cに至る最短経路のうち点Bを通らない経路は ウエオ 通りある。



《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓝ 9 |

このページは計算用紙として使用しないでください。

(4) 原点を O とする座標平面上に 3 点 A, B, C がある。点 P は線分 AB 上を、
点 Q は線分 AC 上を

$$\overrightarrow{OP} = (1-t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}, \quad \overrightarrow{OQ} = t\overrightarrow{OA} + (1-t)\overrightarrow{OC}, \quad 0 \leq t \leq 1$$

を満たしながら動く。また、点 K は線分 PQ 上を

$$\overrightarrow{OK} = s\overrightarrow{OP} + (1-s)\overrightarrow{OQ}, \quad 0 \leq s \leq 1$$

を満たしながら動く。このとき、すべての s と t について、

$$\overrightarrow{OK} = (5st - 2s - 2t + 1, 5st - 3s - 3t + 2)$$

が成り立つ。

① $\overrightarrow{OB} = (\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ である。

② $\angle BAC = \theta$ とおくと、 $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

《解答群》

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
 (F) 5 (G) 6 (H) 7 (I) 8 (J) 9

このページは計算用紙として使用しないでください。

(5) 15個の値からなるデータがある。

① 15個のデータのうちの5個の値は2, 3, 4, 5, 6である。これら5つの値の分散は である。

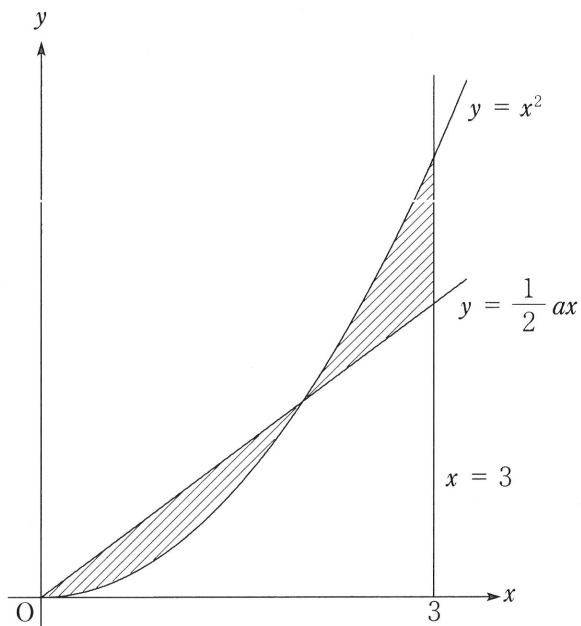
② 残りの10個の値の平均値が7, 分散が11であるとき, 15個のデータ全体の平均は , 分散は である。

《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓙ 8 | ⓫ 9 |

このページは計算用紙として使用しないでください。

- (6) $0 < a < 6$ とする。下の図において放物線 $y = x^2$ と直線 $y = \frac{1}{2}ax$ および直線 $x = 3$ で囲まれた2つの斜線部の面積の和を最小とする定数 a の値は、
 $a = \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である。



《解答群》

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
 (F) 5 (G) 6 (H) 7 (I) 8 (J) 9

このページは計算用紙として使用しないでください。

〔Ⅱ〕 数列 $\{a_n\}$ は次の条件を満たしている。

$$a_1 = \frac{1}{16}, \quad a_{n+1} = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{a_n}{1+2a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) $b_n = \frac{n}{a_n}$ とおく。 $b_{n+1} - b_n$ を n の式で表すと、 である。

(2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項は、 である。

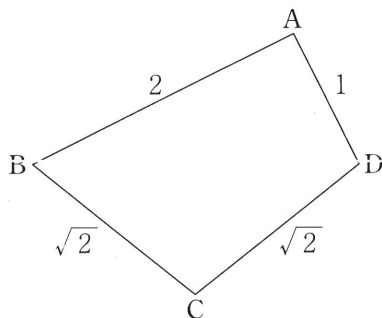
(3) $a_n \geq \frac{1}{9}$ となるような最大の n の値は、 $n =$ である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

〔Ⅲ〕 四角形 ABCD(下図)は、次の2つの条件を満たすとする。

- (i) $AB = 2$, $BC = CD = \sqrt{2}$, $DA = 1$ 。
 (ii) すべての内角は正であり、かつ π ラジアン未満である。

このとき、以下の空欄にあてはまる数を答えよ。



- (1) BD の長さを x とするとき、 x^2 のとりうる範囲は

$$\boxed{} < x^2 < \boxed{}$$

である。

- (2) $\angle BAD$, $\angle BCD$ の大きさをそれぞれ α , γ とする。 α と γ の関係は

$$\cos \alpha - \cos \gamma = \boxed{}$$

を満たす。

- (3) $\triangle ABD$, $\triangle BCD$ の面積をそれぞれ S , T とするとき、

$S^2 + T^2$ は $\cos \alpha = \boxed{}$ のとき最大値 $\boxed{}$ をとる。このとき、
 $BD = \boxed{}$ となる。