2020年度　明治大学

【政治経済学部】

解答時間　　60分

配点　　　　100点

い

数　学　問　題

注意事項

1. この問題用紙は14ページまである。ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. これは，数学の問題である。解答用紙が出願時に選択した科目であるかどうか確認のうえ，解答すること。
3. 解答用紙の所定の欄に，必ず氏名を記入すること。
4. 解答用紙には受験番号が印刷されている。受験番号が正しいかどうか受験票と照合し確認すること。
5. 解答は，すべて解答用紙の解答欄にマークまたは記入すること。解答欄以外のところは何も記入しないこと。
6. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
7. 訂正は消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 数・文字は正確に書くこと。
10. **解答用紙は持ち帰らないこと。**
11. この問題用紙は必ず持ち帰ること。
12. 試験時間は60分である。
13. マークの記入例

良い例	悪　い　例

〔Ⅰ〕　次の各問の $\boxed{}$ にあてはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。分数はすべて既約分数で表し，根号の中の平方数は根号の外に出して簡略化せよ。

(1)　a，b を実数の定数とし，2 次方程式

$$x^2+ax+b=0$$

の解を α，β とする。2 次方程式

$$x^2+(-2a+b+1)x+2a=0$$

の解が α^2+1，β^2+1 であるとき，$a=\boxed{\text{ア}}$，$b=\boxed{\text{イ}}$ である。

このページは計算用紙として使用しなさい。

(2) さいころを 2 回投げて，1 回目に出た目の数を a，2 回目に出た目の数を b とし，

連立方程式

$$\begin{cases} ax - by = 0 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

を考える。

① この連立方程式が，解をもつ確率は，$\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

② この連立方程式が，x および y の値がともに正となる解をもつ確率は，

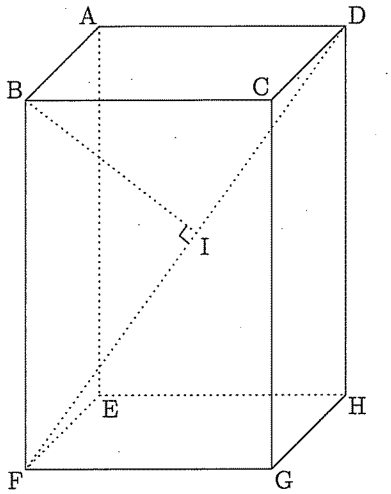
$\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

このページは計算用紙として使用しなさい。

(3)　直方体 ABCD-EFGH について，BA $=1$，BC $=2$，BF $=3$ とする。点 B から線分 FD へ垂線を下したときの交点を I とする。このとき，

$$\mathrm{FD}=\sqrt{\boxed{\text{アイ}}},\quad \mathrm{BI}=\frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}},\quad \mathrm{CI}=\sqrt{\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{アイ}}}}$$

である。



このページは計算用紙として使用しなさい。

(4)　x，y が $3x+y=2$，$y \geqq 0$ を満たすとき，xy^2 は，$x=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$，$y=\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$

で最大値 $\dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キク}}$ をとる。

このページは計算用紙として使用しなさい。

(5) 数列 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n, \cdots$ は，$a_1 = 1$ であり，初項から第 n 項までの和 $a_1 + \cdots + a_n$ を S_n とするとき，

$$S_n = 3a_n - 2n \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

を満足する。

① a_2 の値は，$a_2 = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

② a_n，a_{n+1} は関係式

$$\boxed{ウ}\,a_{n+1} - \boxed{エ}\,a_n - \boxed{オ} = 0$$

を満足する。ただし，$\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$，$\boxed{オ}$ の最大公約数は 1 とする。

③ 第 n 項は，$a_n = \boxed{カ}\left(\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\right)^n - \boxed{ケ}$ である。

このページは計算用紙として使用しなさい。

(6)　点 (x_1, y_1) は円

$$x^2 + y^2 = 2$$

上の点であり，点 (x_2, y_2) は円

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$$

上の点である。$x_1x_2 + y_1y_2$ が最大値をとるのは，

$$x_1 = \frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad y_1 = \frac{\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

のときであり，このとき最大値は $\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

このページは計算用紙として使用しなさい。

〔Ⅱ〕 座標平面上に原点を中心とする半径1の円 C と放物線 H： $y=2-x^2$ がある。次の各問に答えよ。

(1) 円 C 上の点 $\mathrm{P}(\cos\theta, \sin\theta)$ $\left(0<\theta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ における円 C の接線 L の方程式を求めよ。

(2) θ は $0<\theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとする。接線 L と放物線 H の交点の x 座標を α, β とする。ただし，$\alpha<\beta$ である。このとき，$\beta-\alpha$ を $\sin\theta$ の式で表せ。

さらに，$t=\dfrac{1}{\sin\theta}$ として，$\beta-\alpha$ を t の式で表せ。

(3) θ は $0<\theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとする。接線 L と放物線 H で囲まれる部分の面積が最小となる点 $\mathrm{P}(\cos\theta, \sin\theta)$ の座標を求めよ。

また，このときの接線 L と放物線 H の交点 Q，R の座標を求めよ。ただし，Q，R の座標の順序は問わない。

このページは計算用紙として使用しなさい。