数　学　問　題

はじめに，これを読むこと。

1. この問題用紙は3ページまである。ただし，ページ番号のない**白紙**はページ数に含まない。
2. 問題は，1ページから3ページに書かれている。それ以外のページは，計算用紙として使用してよい。
3. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークするか，または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
6. 分数形で解答する場合は，それ以上約分できない形で答えなさい。また，根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
7. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
8. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
9. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
10. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
11. **解答用紙はすべて回収する**。持ち帰らず，必ず提出しなさい。ただし，この問題用紙は，必ず持ち帰りなさい。
12. 試験時間は60分である。
13. マーク記入例

良い例	悪い例

※　この問題用紙は，必ず持ち帰りなさい。

〔Ⅰ〕 次の各問の $\boxed{\quad\quad}$ に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1．100 以下の自然数で，2 と 5 を共に素因数にもち，それ以外の素数を素因数にもたない数の個数は，$\boxed{(1)}$ 個である。

同様に 100 以下の自然数で，2 と 3 を共に素因数にもち，それ以外の素数を素因数にもたない数の個数は，$\boxed{(2)}$ 個である。

2．曲線 C：$y = x^3 - 3x + 16$ を第 1 象限で考える。曲線 C の接線で，点 $(0,\ 0)$ を通るものを ℓ とするとき，ℓ の傾きは，$\boxed{(3)}$ であり，C，ℓ と y 軸で囲まれた領域の面積は，$\boxed{(4)}$ である。

3．1 辺の長さが y の正方形を ABCD とし，2 つの対角線の交点を O とする。O から垂直に高さが x の点 E をとり，四角錐 E−ABCD を考える。AE の長さが $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ のとき，体積が最大となるのは，

$x = \boxed{(5)}$，$y = \boxed{(6)}$

のときである。

A．0	B．1	C．2	D．3
E．4	F．5	G．6	H．7
I．8	J．9	K．10	L．11
M．12	N．13	O．14	P．15
Q．$\dfrac{1}{2}$	R．$\dfrac{1}{3}$	S．$\dfrac{2}{3}$	T．$\dfrac{1}{4}$
U．$\dfrac{3}{4}$	V．$\dfrac{1}{5}$	W．$\dfrac{2}{5}$	X．$\dfrac{3}{5}$
Y．$\dfrac{4}{5}$	Z．$\dfrac{\sqrt{2}}{5}$		

〔Ⅱ〕 次のア〜ナに当てはまる0〜9の数字を解答欄にマークせよ。

三角形ABCの内点Oをとる。AO，BO，COをそれぞれ辺BC，CA，ABまでのばしたときの各交点をD，E，Fとする。ここで，三角形△ABO，△ACO，△BCOの面積が，それぞれ△ABO = c，△ACO = b，△BCO = aとする。

1．BとCを通る直線をℓとする。Aからℓへの垂線の長さを6，Oからℓへの垂線の長さを3とするとき，$\dfrac{\mathrm{AO}}{\mathrm{DO}} = \boxed{\text{ア}}$，$\dfrac{\triangle\mathrm{ABO}}{\triangle\mathrm{BDO}} = \boxed{\text{イ}}$である。

2．上の問1とは異なる三角形ABCについて，$a = 8$，$b = 10$，$c = 6$とする。

$\dfrac{\triangle\mathrm{CDO}}{\triangle\mathrm{BDO}} = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$だから，△BDOの面積は，$\boxed{\text{オ}}$であり，△CDOの面積は，$\boxed{\text{カ}}$である。

同様にして，$\triangle\mathrm{CEO} = \dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$，$\triangle\mathrm{AEO} = \dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$，

$\triangle\mathrm{AFO} = \dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$，$\triangle\mathrm{BFO} = \dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$となり，特に

$$\frac{\triangle\mathrm{AFO}}{\triangle\mathrm{BFO}} \cdot \frac{\triangle\mathrm{BDO}}{\triangle\mathrm{CDO}} \cdot \frac{\triangle\mathrm{CEO}}{\triangle\mathrm{AEO}} = \boxed{\text{ツ}}$$

$$\frac{\mathrm{AO}}{\mathrm{DO}} \cdot \frac{\mathrm{BO}}{\mathrm{EO}} \cdot \frac{\mathrm{CO}}{\mathrm{FO}} = \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

〔Ⅲ〕 n と k を $n > k$ を満たす自然数とする。n チームが参加するサッカーの大会がある。この大会では，全てのチームが k 回の試合を行う。但し，その k 試合の対戦相手は，全て異なるとする。このとき，次の問に答えよ。

1．$n = 4$，$k = 2$ の場合の大会が，何通りあるかもとめよ。

2．$n = 6$，$k = 3$ のとき，1つの大会の試合の総数をもとめよ。

3．一般に，この大会が成立するためには，n か k のどちらかが，偶数でなければならないことを示せ。

4．各試合の両チームの得点を全て合計し，試合数で割った値を，その大会における1試合の平均得点と呼ぶことにする。

$n = 9$ のとき，各チームが k 試合行う大会における，1試合の平均得点が，$\left(\dfrac{1}{27}k^2 - \dfrac{7}{9}k + 5\right)$ 点であったとする。1つの大会における総得点が，もっとも多くなる k をもとめよ。