

## 數 學 問 題

はじめに、これを読むこと。

1. この問題用紙は3ページまである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 問題は、1ページから3ページに書かれている。それ以外のページは、計算用紙として使用してよい。
3. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
6. 分数形で解答する場合は、それ以上約分できない形で答えなさい。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
7. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
8. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
9. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しきずを残さないこと。
10. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
11. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出しなさい。ただし、この問題用紙は、必ず持ち帰りなさい。
12. 試験時間は60分である。
13. マーク記入例

良い例	悪い例
○	○ × ○

※ この問題用紙は、必ず持ち帰りなさい。

[ I ] 次の各問の  に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1.  $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$  にたいして,  $\sin \theta (\sin \theta - \cos \theta) = \frac{2}{5}$  を満たすとき,

$$\tan \theta = \boxed{(1)}, \cos \theta = \boxed{(2)}$$

である。

2. 初項が  $a$ , 公差が 0 でない数  $d$  の等差数列の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とする。このとき,  $S_6 = 0$  であり,  $1 \leq n \leq 6$  について,  $S_n$  の最大の値が, 9 あるとすると, 初項と公差は, それぞれ

$$a = \boxed{(3)}, d = \boxed{(4)}$$

である。

3.  $xy$  平面上で, 点  $P(2, 4)$  と点  $Q(t, t^2)$  ( $-2 < t < 2$ ) をとる。放物線  $C : y = x^2$  の点  $P$  における接線を  $\ell_1$ , 点  $Q$  における接線を  $\ell_2$  とし,  $\ell_1$  と  $\ell_2$  の交点を  $R$  とおく。 $\tan \angle PRQ = \frac{6}{7}$  のとき,  $t = \boxed{(5)}$  であり, このとき,  $C$  と  $\ell_1$ ,  $\ell_2$  で囲まれた領域の面積は,  $\boxed{(6)}$  である。

A.  $-\frac{27}{4}$       B.  $-\frac{16}{3}$       C.  $-\frac{9}{4}$       D.  $-5$

E.  $-4$       F.  $-3$       G.  $-2$       H.  $-1$

I.  $0$       J.  $1$       K.  $2$       L.  $3$

M.  $4$       N.  $5$       O.  $6$       P.  $7$

Q.  $8$       R.  $\sqrt{2}$       S.  $\sqrt{5}$       T.  $\sqrt{7}$

U.  $\frac{1}{5}$       V.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       W.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       X.  $\frac{9}{4}$

Y.  $\frac{16}{3}$       Z.  $\frac{27}{4}$

[ II ] 次のア～トに当てはまる 0 ~ 9 の数字を解答欄にマークせよ。

三角形△ABC の各辺の長さを AB = 5, BC = 7, CA = 3 とし, △ABC の外接円の中心を O とする。

このとき,  $\cos A = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ ,  $\sin A = \sqrt{\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}}$  であり, 外接円の

半径は,  $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{キ}}} \sqrt{\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}}$  である。

BC 上の点 D が,  $\triangle ABD : \triangle ADC = 1 : 2$  を満たすとき,

$$\overrightarrow{OD} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \overrightarrow{OB} + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \overrightarrow{OC}$$

と書け,  $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = -\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$  なので,  $OD = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$  である。

また,

$$\frac{\triangle ABD}{\triangle BOD} = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$$

である。

[III]

1. 大学側から設問の条件に不足があったことが公表されました。

2.  $c > 0$  を正の実数とするとき, すべての  $x > 0$  にたいして,

$$x^3 - cx > \sqrt{c} x^2 - 8$$

となる  $c$  の範囲をもとめよ。

3. 3 次関数  $f(x)$  と 2 次関数  $g(x)$  について,  $x = a$  における  $f(x)$  と  $g(x)$  の接線が一致するような実数  $a$  は, 高々 1 つしか存在しないことを証明せよ。