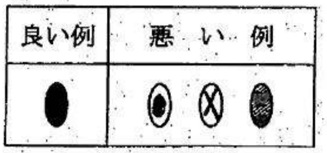
う

数　学　問　題

はじめに，これを読むこと。

1. この問題用紙は３ページまである。ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 問題は，１ページから３ページに書かれている。それ以外のページは，計算用紙として使用してよい。
3. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークするか，または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
6. 分数形で解答する場合は，それ以上約分できない形で答えなさい。また，根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
7. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
8. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
9. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
10. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
11. **解答用紙はすべて回収する。**持ち帰らず，必ず提出しなさい。ただし，この問題用紙は，必ず持ち帰りなさい。
12. 試験時間は60分である。
13. マーク記入例



※　この問題用紙は，必ず持ち帰りなさい。

〔Ⅰ〕 次の各問の $\boxed{}$ に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. x, y が正の実数で,

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ \log_2 x + \log_2 y = 1 \end{cases}$$

を満たすとき，$x < y$ ならば，$x = \boxed{(1)}$ ，$y = \boxed{(2)}$ である。

2. $f(x) = x^3 - 3x + 1$ とするとき，xy 平面上で関数 $y = f(x)$ は，$x = a$ のとき極大となり，$x = b$ のとき極小となるとする。原点Oと2点 $\mathrm{A}(a, f(a))$, $\mathrm{B}(b, f(b))$ について，$\cos\angle \mathrm{AOB} = \boxed{(3)}$ であり，三角形OABの面積は，$\boxed{(4)}$ である。

3. xy 平面上で，原点Oを中心とする半径の異なる2つの円をそれぞれ C_1, C_2 とし，C_2 は，C_1 の内部にあるとする。C_1 の円周上の異なる2点A, Bをとる。線分ABは，Oを通らずに，C_2 の円周上で異なる2点P, Qで交わっているとする。$\mathrm{AB} = 6$，$\mathrm{PQ} = 4$ とするとき，△AOBと△POQの面積の比率は，$\dfrac{\triangle \mathrm{AOB}}{\triangle \mathrm{POQ}} = \boxed{(5)}$ であり，C_1 から C_2 をのぞいた領域の面積は，$\boxed{(6)}\ \pi$ である。

A. $-\dfrac{5}{\sqrt{2}}$	B. -3	C. $-\sqrt{2}$	D. -1
E. $-\dfrac{2}{\sqrt{5}}$	F. 0	G. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	H. $\dfrac{1}{2}$
I. 1	J. $\dfrac{3}{2}$	K. 2	L. $\sqrt{5}$
M. 3	N. 4	O. 5	P. 6
Q. 7	R. 8	S. 9	T. 15
U. 30	V. 45	W. 60	X. 90
Y. 180	Z. 360		

〔II〕 次のア～シに当てはまる0～9の数字を解答欄にマークせよ。

$f(x)=|x^2-3|$，$g(x)=|f(x)-2|$とする。このとき，つぎの問に答えよ。

1. 関数$y=f(x)$とx軸で囲まれた領域の面積は，$\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$

である。

2. $g(x)=0$ならば，$x=\pm\boxed{\text{ウ}}$ または$x=\pm\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(ただし，ここで$\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ は，無理数となる数を表している。)

このとき，関数$y=g(x)$とx軸で囲まれた領域の面積は，

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}-\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}+\frac{\boxed{\text{ケコ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

〔Ⅲ〕 m を自然数とし，集合 $A(m)$ を

$$A(m)=\{(i,\ j,\ k)\mid i,\ j,\ k \text{ は，それぞれ自然数で，} i+j+k=m\}$$

と定める。また，$A(m)$ の部分集合 $B(m)$ を

$$B(m)=\{(i,\ j,\ k)\in A(m)\mid i,\ j,\ k \text{ は，互いに異なる自然数}\}$$

と定め，$A(m)$，$B(m)$ の要素の個数をそれぞれ

$$a_m=n(A(m)),\ b_m=n(B(m))$$

と置く。このとき，次の問に答えよ。

1. a_5，a_6 と b_5，b_6 をそれぞれもとめよ。

2. 一般の m について，$A(m)$ の部分集合 C を

$$C=\{(i,\ j,\ k)\in A(m)\mid i=1\}$$

とする。このとき，C の要素の個数が，$n(C)=a_m-a_{m-1}$ となることを示せ。

3. 一般の m について，a_m を m の式で表せ。

4. m が奇数でかつ3の倍数のとき，$B(m)$ の補集合 $\overline{B(m)}$ の要素の個数と b_m をそれぞれ m の式で表せ。