る

数　学　問　題

はじめに，これを読むこと。

1. この問題用紙は3ページまである。ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 問題は，1ページから3ページに書かれている。それ以外のページは，計算用紙として使用してよい。
3. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークするか，または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
6. 分数形で解答する場合は，それ以上約分できない形で答えなさい。また，根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
7. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
8. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
9. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
10. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
11. **解答用紙はすべて回収する。**持ち帰らず，必ず提出しなさい。ただし，この問題用紙は，必ず持ち帰りなさい。
12. 試験時間は60分である。
13. マークの記入例

良い例	悪　い　例
	

※　この問題用紙は，必ず持ち帰りなさい。

〔Ⅰ〕 次の各問の $\boxed{}$ に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. $\cos 3\theta + 2\cos\theta = 0$ を満たすとき,

$\cos\theta = \boxed{(1)}$ または, $\cos\theta = \pm\boxed{(2)}$ である。

2. 平面上の2つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ が, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$ を満たし, $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 60° のとき, $2\vec{a} - 3\vec{b}$ と $2\vec{a} + \vec{b}$ のなす角を θ とすれば,

$$\cos\theta = \boxed{(3)}$$

である。また, 円のベクトル方程式

$$(\vec{p} - 2\vec{a} + 3\vec{b})\cdot(\vec{p} - 2\vec{a} - \vec{b}) = 0$$

で定まる円の半径は, $\boxed{(4)}$ である。

3. 正の実数 m について, 放物線 $y = 1 - \dfrac{m^2}{4} - x^2$ と直線 $y = mx$ が, $x > 0$ の範囲で共有点を持つ為の必要十分条件は, $\boxed{(5)} > m$ である。このとき, この放物線と直線で囲まれた領域の面積は, $\boxed{(6)}$ である。

A. 0	B. 1	C. 2	D. 3
E. 4	F. 5	G. 6	H. $-\dfrac{3}{2}$
I. -1	J. -2	K. $-\dfrac{2}{3}$	L. $-\sqrt{\dfrac{3}{7}}$
M. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	N. $\dfrac{1}{2}$	O. $\sqrt{\dfrac{3}{7}}$	P. $\dfrac{4}{3}$
Q. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$	R. $\dfrac{5}{4}$	S. $\dfrac{4}{5}$	T. $\sqrt{2} + \dfrac{1}{7}$
U. $\sqrt{5}$	V. $\dfrac{1}{5}$	W. $\dfrac{1}{10}$	X. $\dfrac{1}{25}$
Y. $\dfrac{11}{23}$	Z. $\dfrac{11}{32}$		

〔II〕 次のア～チに当てはまる0～9の数字を解答欄にマークせよ。

自然数nについて，関数$f_n(x)$が与えられているとき，

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} |f_n(k) - f_n(k-1)|$$

と定める。

1. $f_n(x) = \left|\frac{3}{2}n - 3x\right|$のとき，

nが偶数なら，$a_n = \boxed{\text{ア}}\,n$であり，

nが奇数なら，$a_n = \boxed{\text{イ}}\,n - \boxed{\text{ウ}}$

である。従って，nが奇数のとき，

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}n^2 - \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

となる。

2. $f_n(x) = 3x(x-n)$のとき，

nが偶数なら，$a_n = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}n^2$であり，

nが奇数なら，$a_n = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}n^2 - \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$

である。従って，nが奇数のとき，

$a_1 + a_2 + \cdots + a_n =$

$$\frac{1}{4}\left(\boxed{\text{セ}}\,n^3 + \boxed{\text{ソ}}\,n^2 - \boxed{\text{タ}}\,n - \boxed{\text{チ}}\right)$$

となる。

〔Ⅲ〕 nを自然数とするとき，1から$2n$までの番号がそれぞれ付いた$2n$枚のカードを使って次のゲームを行う。

番号が分からない状態で，カードを1枚引いて，引いたカードの番号が，奇数ならそこでゲームは終了し，偶数なら引いたカードを除いて，残りのカードでゲームを続ける。これを奇数の番号のカードがでるまで続ける。終了するまでに引いたすべてのカードの番号の合計が得点となる。

1. $n=2$のとき，次の問に答えよ。

(1) 最大の得点は，何点になるかもとめよ。

(2) 2枚のカードを引いて，このゲームが終了する場合のカードの引き方は，何通りあるかもとめよ。

2. 一般のnについて，$1 \leqq r \leqq n$とする。次の問に答えよ。

(1) このゲームがr回カードを引いて終了する場合のカードの引き方が，何通りあるか求めよ。

(2) r回目に1の番号のカードを引いてゲームが終了した。このとき，r枚引いたカードの中に，2の番号のカードが含まれるカードの引き方が，何通りあるかもとめよ。

(3) r枚のカードを引いて終わるすべてのカードの引き方に対するそれぞれの得点を，すべて合計した値をもとめよ。