き

数　学　問　題

はじめに，これを読みなさい。

1. この問題用紙は９ページある。**ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含まない。**白紙は計算用紙として使用してよい。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークするか，または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は，鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
7. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 問題は〔Ⅰ〕～〔Ⅴ〕まで５問ある。〔Ⅰ〕，〔Ⅱ〕は必ず解答すること。〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕，〔Ⅴ〕はいずれか２問を選択して解答すること。なお，〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕，〔Ⅴ〕の３問すべてに解答した場合は，高得点の２問を合計得点に含める。
10. **解答用紙はすべて回収する**。持ち帰らず，必ず提出すること。ただし，この問題用紙は，必ず持ち帰ること。
11. 試験時間は60分である。
12. マーク記入例

良い例	悪　い　例
	

〔Ⅰ〕 (1)〜(5)において，Ⓐ，Ⓑ，Ⓒの値の大小関係を調べ，最大のものと最小のものを，それぞれ所定の解答欄(表面)にマークせよ。

(1) $\{1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 6,\ 6,\ 7\}$の，

Ⓐ 平均値　　Ⓑ 中央値(メジアン)　　Ⓒ 最頻値(モード)

(2) θが第2象限の角で，$\sin\theta = \dfrac{2}{3}$のとき，

Ⓐ $\sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{2}\right)$　　Ⓑ $\cos\theta$　　Ⓒ $\tan\theta$

(3) Ⓐ 半径4，面積4πの扇形の弧の長さ

Ⓑ 半径5，中心角$\dfrac{\pi}{2}$の扇形の弧の長さ

Ⓒ 半径6，中心角72°の扇形の弧の長さ

(4) $2x^3 + x^2 - 8x - 3$を$x + 2$で割ったときの商を$f(x)$としたとき，

Ⓐ $f(0)$　　Ⓑ $f(1)$　　Ⓒ $f(2)$

(5) $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 5$のとき，

Ⓐ $f\left(-\dfrac{2236}{1001}\right)$　　Ⓑ $f\left(\dfrac{98}{299}\right)$　　Ⓒ $f\left(\dfrac{502}{301}\right)$

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅱ〕 所定の解答欄(表面)に，解答をマークせよ。

問題文中の $\boxed{\textbf{アイ}}$ ，$\boxed{\textbf{キク}}$ などは答が2桁(けた)の数であることを表しており，$\boxed{\textbf{ウ}}$ ，$\boxed{\textbf{エ}}$ などは答が1桁の数であることを表している。**ア**，**イ**，**ウ**，… の一つ一つは，0～9のいずれか一つの数字に対応する。対応する数字を解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，… で示された解答欄にマークしなさい。

分数形に関しては，それ以上，約分できない形で解答すること。

なお，問題文中に $\boxed{\textbf{アイ}}$ ，$\boxed{\textbf{ウ}}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は $\boxed{\text{アイ}}$ ，$\boxed{\text{ウ}}$ のように細字で表記している。

(1) 48^{30} は $\boxed{\textbf{アイ}}$ 桁の数である。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ として計算せよ。

(2) 放物線 $y = x^2 - 7x + 6$ と直線 $y = x - 1$ は2点 $\left(\boxed{\textbf{ウ}}, \boxed{\textbf{エ}}\right)$，$\left(\boxed{\textbf{オ}}, \boxed{\textbf{カ}}\right)$〔ただし，$\boxed{\text{ウ}} < \boxed{\text{オ}}$〕で交わり，両者によって囲まれる部分の面積は $\boxed{\textbf{キク}}$ である。

(3) AとBが，あるゲームで対戦している。AとBの強さは互角で，1回の対戦で勝つ確率はいずれも $\dfrac{1}{2}$ である。引き分けは，ないものとする。

(a) 5回目の対戦が終わったところで，Aが3勝，Bが2勝している確率は $\dfrac{\boxed{\textbf{ケ}}}{\boxed{\textbf{コサ}}}$ である。

(b) Bが先に3勝する前にAが先に2勝する確率は $\dfrac{\boxed{\textbf{シス}}}{\boxed{\textbf{セソ}}}$ である。

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕，〔Ⅴ〕のうち２問を選択して解答せよ。（なお３問すべてに解答した場合は，高得点の２問を合計得点に含める。）

〔Ⅲ〕 所定の解答欄(表面)に，次の各問の答のみを記せ。

なお，問題文中に $\boxed{\text{タ}}$ ，$\boxed{\text{チ}}$ などが２度以上現れる場合，２度目以降は $\boxed{\text{タ}}$ ，$\boxed{\text{チ}}$ のように細字で表記している。

１辺の長さが２の正四面体OABCがある。線分ABを $p:(1-p)$〔$0<p<1$〕に内分する点をD，線分OCを $q:(1-q)$〔$0<q<1$〕に内分する点をEとする。また，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とする。

(1) $\overrightarrow{DE}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，p，q を用いて表し，次の空欄 $\boxed{\text{タ}}$ ～ $\boxed{\text{ツ}}$ に p，q を用いた値や式を記せ。

$$\overrightarrow{DE}=\left(\boxed{\text{タ}}\right)\vec{a}+\left(\boxed{\text{チ}}\right)\vec{b}+\left(\boxed{\text{ツ}}\right)\vec{c} \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

(2) $|\overrightarrow{DE}|^2$ を求める過程を記した次の文章の空欄 $\boxed{\text{テ}}$ ～ $\boxed{\text{ト}}$ に適切な値や式を記せ。

△OAB，△OBC，△OCAは，いずれも１辺の長さが２の正三角形だから，

$$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=2 \quad \cdots\cdots\cdots ②$$

かつ，

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=\boxed{\text{テ}} \quad \cdots\cdots\cdots ③$$

①，②，③より，$|\overrightarrow{DE}|^2$ は p，q を用いて次のように表せる。

$$|\overrightarrow{DE}|^2=4\left(\boxed{\text{ト}}\right) \quad \cdots\cdots\cdots ④$$

(3) 点D，点EがそれぞれAB，OC上を動くとき，$|\overrightarrow{DE}|$ の最小値を求める過程を記した次の文章の空欄 $\boxed{\text{ナ}}$ ～ $\boxed{\text{ネ}}$ に適切な値や式を記せ。

④は次のように変形できる。

$$|\overrightarrow{DE}|^2=4\left\{\left(p-\boxed{\text{ナ}}\right)^2+\left(q-\boxed{\text{ニ}}\right)^2+\boxed{\text{ヌ}}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots ⑤$$

⑤より，$|\overrightarrow{DE}|$ は $p=$ $\boxed{\text{ナ}}$ ，$q=$ $\boxed{\text{ニ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{ネ}}$ をとる。

〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕，〔Ⅴ〕のうち２問を選択して解答せよ。(なお３問すべてに解答した場合は，高得点の２問を合計得点に含める。)

〔Ⅳ〕　以下のように群に分けられた規則的な数列がある。ただし，第 n 群には n 個の項が入るものとする。つまり，第１項が第１群，第２項と第３項が第２群，その後に続く３つの項が第３群，などとなる。この数列について，各問に答えよ。なお，(1)〜(5)については答のみを，(6)については答と解答経過をともに所定の解答欄(裏面)に記せ。

$$\underbrace{\frac{2}{1\cdot2}}_{\text{第1群}} \;\Big|\; \underbrace{\frac{3}{1\cdot2},\ \frac{3}{2\cdot3}}_{\text{第2群}} \;\Big|\; \underbrace{\frac{4}{1\cdot2},\ \frac{4}{2\cdot3},\ \frac{4}{3\cdot4}}_{\text{第3群}} \;\Big|\; \underbrace{\frac{5}{1\cdot2},\ \frac{5}{2\cdot3},\ \frac{5}{3\cdot4},\ \frac{5}{4\cdot5}}_{\text{第4群}} \;\Big|\; \frac{6}{1\cdot2},\ \cdots$$

(1)　第 20 項の値を求めよ。

(2)　第５項と同じ値の項は次に第何項に現れるか。

(3)　初項から第 n 群の最後の項までの項の総数を式で表せ。

(4)　第 n 群に含まれる k 番目の項を式で表せ。

(5)　初項から第 30 群の最後の項までの中に，５より大きい項はいくつあるか。

(6)　第 n 群に含まれる n 個の項の総和を式で表せ。

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は,高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅴ〕 所定の解答欄(裏面)に,(1)〜(4)については答のみを,(5)については答と解答経過をともに記せ。

m は定数とする。次の連立不等式について下の各問に答えよ。

$$\begin{cases} x^2 - 3mx + 2m^2 < 0 & \cdots\cdots\cdots ① \\ 2x^2 - (m-4)x - 2m < 0 & \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

において,

(1) ①の左辺の式を因数分解せよ。

(2) ②の左辺の式を因数分解せよ。

(3) ①の不等式を満たす x の範囲を求めよ。

(4) ②の不等式を満たす x の範囲を求めよ。

(5) この連立不等式の整数解がただ1つとなるときの整数解と,そのときの m の範囲を求めよ。

(以上問題終)