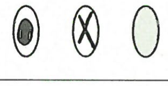
数　学　問　題

はじめに，これを読みなさい。

1. この問題用紙は 9 ページある。**ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含まない**。白紙は計算用紙として使用してよい。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークするか，または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は，鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入のこと。
7. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 問題は〔Ⅰ〕～〔Ⅴ〕まで 5 問ある。〔Ⅰ〕，〔Ⅱ〕は必ず解答すること。〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕，〔Ⅴ〕はいずれか 2 問を選択して解答すること。
10. **解答用紙はすべて回収する**。持ち帰らず，必ず提出すること。ただし，この問題用紙は，必ず持ち帰ること。
11. 試験時間は 60 分である。
12. マーク記入例

良い例	悪　い　例
	

〔Ⅰ〕 (1)〜(5)において，Ⓐ，Ⓑ，Ⓒの値の大小関係を調べ，最大のものと最小のものを，それぞれ所定の解答欄(表面)にマークせよ。

(1) Ⓐ $2^{\frac{1}{2}}$　　Ⓑ $3^{\frac{1}{3}}$　　Ⓒ $4^{\frac{1}{5}}$

(2) Ⓐ $\sin 50^\circ$　　Ⓑ $\cos 50^\circ$　　Ⓒ $\tan 50^\circ$

(3) $0 < a < b < a^2$ のとき，

Ⓐ $\log_a b$　　Ⓑ $\log_b a$　　Ⓒ $\log_b \dfrac{b}{a}$

(4) Ⓐ $x^2 - x - 10$ を $x - 4$ で割ったときの余り

Ⓑ $2x^2 - 5x - 3$ を $x - 3$ で割ったときの余り

Ⓒ $3x^2 + 7x - 5$ を $x + 3$ で割ったときの余り

(5) xy 平面において，関数 $y = |x| - 1$ のグラフを C_1 とし，関数 $y = x^2$ のグラフを C_2 とする。また，$x^2 + y^2 = 1$ で表される円を C_3 とする。このとき，

Ⓐ C_1 と C_2 が共有する点の個数

Ⓑ C_2 と C_3 が共有する点の個数

Ⓒ C_3 と C_1 が共有する点の個数

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅱ〕 所定の解答欄(表面)に，解答をマークせよ。

問題文中の $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イ}}$ などは解答が1ケタの自然数であることを，$\boxed{\text{ウエ}}$ ，$\boxed{\text{オカ}}$ などは解答が2ケタの自然数であることを表している。

(1) AB = 5，BC = 7，CA = 8である△ABCの内接円が辺BCと接する点をPとすると，

$$7\overrightarrow{AP} = \boxed{\text{ア}}\,\overrightarrow{AB} + \boxed{\text{イ}}\,\overrightarrow{AC}$$

が成り立つ。

(2) 等差数列$\{a_n\}$と等比数列$\{b_n\}$がある。$a_1 = b_1 = 1$であり，かつ，$a_2 + b_2 = a_4 + b_4 = 10$のとき，

$$a_n = \boxed{\text{ウエ}}\,n - \boxed{\text{オカ}}$$

$$b_n = \left(-\boxed{\text{キ}}\right)^{n-1}$$

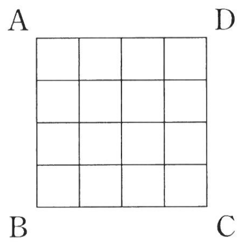
である。

(3) 不等式 $2\log_{\frac{1}{4}}(x-3) + \log_{\frac{1}{2}} x > -2$ （ただし$x > 3$）の解は，

$$\boxed{\text{ク}} < x < \boxed{\text{ケ}}$$

である。

(4) 下図のように，正方形ABCDが，タテ，ヨコ3本ずつの線分によって16等分されている。この図には，正方形が全部で $\boxed{\text{コサ}}$ 個ある。また，正方形ではない長方形は全部で $\boxed{\text{シス}}$ 個ある。



（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕**のうち2問を選択して解答せよ。（なお3問すべてに解答した場合は，高得点の2問を合計得点に含める。）**

〔Ⅲ〕 所定の解答欄（表面）に，(1)と(2)については答のみを，(3)については解答経過と答をともに記せ。

放物線 C_1： $y = -x^2 + Ax + B$ （A, B は実数）と放物線 C_2： $y = x^2 - m^2 + m$ がある。ここで m は実数で，直線 $y = x$ と放物線 C_1 が接する点の x 座標であるとする。このとき，次の問に答えよ。

(1) A と B をそれぞれ m の式で表せ。

(2) (1)の結果を用いて，放物線 C_1 と C_2 のすべての交点の x 座標を求めよ。

(3) 放物線 C_1 と C_2 で囲まれる領域の面積が $-\dfrac{1}{3}m^3 + \dfrac{3}{8}m^2$ に等しいときの m の値をすべて求めよ。

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は，高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅳ〕 所定の解答欄(裏面)に，(1)と(3)については答のみを，(2)については証明を解答欄に記せ。

n，p はいずれも自然数であるとする。このとき，次の問に答えよ。

(1) n が奇数であるとき，2^n を3で割ったときの余りを求めよ。

(2) p が3より大きな素数であるとき，$2^p + p^2$ が3の倍数であることを証明せよ。

(3) p が素数であり，かつ，$2^p + p^2$ も素数であるような p の値をすべて求めよ。

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕のうち２問を選択して解答せよ。(なお３問すべてに解答した場合は，高得点の２問を合計得点に含める。)

〔Ⅴ〕 所定の解答欄(裏面)に，(1)〜(5)について答のみを記せ。ただし，分数はそれ以上約分できない形とすること。

xy 座標平面上において，点Ｐを移動する操作を考える。点Ｐに対して，１回の操作について１回だけ次の(i)〜(iv)のいずれか一つの移動が実行される。

(i) x 軸方向に １だけ移動する。

(ii) y 軸方向に １だけ移動する。

(iii) x 軸方向に -1 だけ移動する。

(iv) y 軸方向に -1 だけ移動する。

１回の操作によって(i)〜(iv)のいずれかが実行される確率は，それぞれ $\frac{1}{4}$ である。このとき次の問に答えよ。なお，いずれの問も，点Ｐは最初原点Ｏにあるものとする。

(1) ３回の操作後に点Ｐが座標(３，０)に位置する確率を求めよ。

(2) ６回の操作後に点Ｐが座標(３，３)に位置する確率を求めよ。

(3) ５回の操作後に点Ｐが座標(３，０)に位置する確率を求めよ。

(4) ８回の操作後に点Ｐが座標(３，３)に位置する確率を求めよ。

(5) ８回の操作後に点Ｐが初めて座標(３，３)に位置する確率を求めよ。

(以上問題終)