み

数　学　問　題

はじめに，これを読みなさい。

1. この問題用紙は7ページある。**ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含まない。**白紙は計算用紙として使用してよい。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークするか，または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は，鉛筆またはシャープペンシル（いずれもHB・黒）で記入のこと。
7. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 問題は〔Ⅰ〕～〔Ⅳ〕まで4問ある。〔Ⅰ〕は必ず解答すること。〔Ⅱ〕，〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕はいずれか2問を選択して解答すること。
10. **解答用紙はすべて回収する。**持ち帰らず，必ず提出すること。ただし，この問題用紙は，必ず持ち帰ること。
11. 試験時間は60分である。
12. マーク記入例

良い例	悪い例
	

〔Ⅰ〕 (1)～(10)において，Ⓐ，Ⓑ，Ⓒの値の大小関係を調べ，最小のものと最大のものを，それぞれ解答用紙の所定欄にマークせよ。

(1) $2^{18} \cdot 2^{a} = 2^{12} \cdot 4^{b} = 8^{c} = 2^{30}$ である。

Ⓐ a　　Ⓑ b　　Ⓒ c

(2) $2x^3 + x^2 - 8x - 3$ を $x + 2$ で割ったときの商を $f(x)$ とする。

Ⓐ $f(-\frac{7}{4})$　　Ⓑ $f(\frac{3}{4})$　　Ⓒ $f(\frac{7}{4})$

(3) 空間座標軸上に3点 P(1，−1，1)，Q(0，3，−1)，R(0，1，2) がある。△PQR の重心の座標を $(a,\ b,\ c)$ とする。

Ⓐ a　　Ⓑ b　　Ⓒ c

(4) 2点 P，Q の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{p}$，$\vec{q}$ とおく。線分 PQ を 3 : 2 に外分する点を M とするとき，M の位置ベクトル $\vec{m}$ は，

$$\vec{m} = \frac{b\vec{p} + c\vec{q}}{a} \qquad (a > 0)$$

である。

Ⓐ a　　Ⓑ b　　Ⓒ c

(5) 実数 a，b，c について，$1-\sqrt{3}\,i$（i は虚数単位）と a が3次方程式 $x^3 + bx^2 - 2x + c = 0$ の解になっている。

Ⓐ a　　Ⓑ b　　Ⓒ c

(6) a，b，c は定数で，3次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ が $x = -2$ で極小値を，$x = 3$ で極大値をもつ。

Ⓐ a　　Ⓑ b　　Ⓒ c

(7) $\sin\theta > |\cos\theta|$ を満たす θ の範囲は，a，b，c を正の整数，n を任意の整数として，

$$an\pi + \frac{\pi}{b} < \theta < an\pi + \frac{c}{b}\pi$$

と表せる。

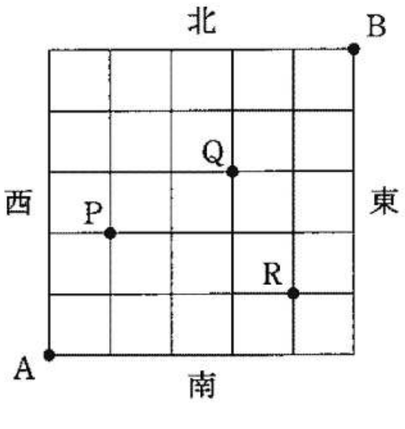
Ⓐ a　　Ⓑ b　　Ⓒ c

(8) a，b，c は定数で，次の等式が成立する。

$$\frac{a}{(x-2)^2} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x-6} = \frac{-16}{(x-2)^2(x-6)}$$

Ⓐ a　　Ⓑ b　　Ⓒ c

(9) 下の図のように，東西に 6 本，南北に 6 本の道のある町がある。次の場合の A 地点から B 地点までの最短経路について，



Ⓐ Pを経由する場合の数

Ⓑ Qを経由する場合の数

Ⓒ Rを経由する場合の数

(10) 集合 X の要素数を $n(X)$ で表す。正の整数全体の集合を全体集合とする 3 つの部分集合 $A = \{x \mid 1 \leqq x \leqq 9\}$，$B = \{x \mid 3 \leqq x \leqq 6\}$，$C = \{x \mid 4 \leqq x \leqq 8\}$ について，

Ⓐ $n(A \cap B \cap C)$　　Ⓑ $n(A \cap \overline{B} \cap C)$　　Ⓒ $n(A \cap B \cap \overline{C})$

〔Ⅱ〕，〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕のうち2問を選択して解答せよ。（なお3問すべてに解答した場合は，高得点の2問を合計得点に含める。）

〔Ⅱ〕 所定の解答欄（表面）に，(1)，(2)については答のみを，(3)については答と解答経過をともに記せ。

不等式 $\log_2 x + \log_x 4 - \log_x 2 \geqq \log_x \dfrac{8}{x}$ について，$\log_2 x = X$ とおいたとき，

(1) 左辺を X を用いた式で表せ。

(2) 右辺を X を用いた式で表せ。

(3) 不等式を満たす x の範囲を求めよ。

〔Ⅲ〕 所定の解答欄（裏面）に，(1)，(2)，(3)については答のみを，(4)については答とともに解答経過の説明を記せ。

0から5までの整数からなる数列 $\{a_n\}$ の第 n 項を $a(n)$ と表記することとし，整数 i および k を用いて次のように定義する。

$a(1) = 0$

$1 \leqq i \leqq 4^k \ (k \geqq 0)$ に対し，

i) $a(4^k + i)$ は $a(i) + 1$ を6で割った余り

ii) $a(2 \cdot 4^k + i)$ は $a(i) + 5$ を6で割った余り

iii) $a(3 \cdot 4^k + i) = a(i)$

(1) $k = 0$ のとき，$a(2)$，$a(3)$，$a(4)$ を求めよ。

(2) $k \geqq 1$ のとき，$a(4^k + 1)$，$a(2 \cdot 4^k + 2)$，$a(3 \cdot 4^k + 3)$ を求めよ。

(3) b，c，d，e を0以上4未満の整数として，182を $b \cdot 4^3 + c \cdot 4^2 + d \cdot 4^1 + e$ の形式で書け。

(4) $a(182)$ を求めよ。

◇M19(021—436)

〔Ⅱ〕，〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕のうち２問を選択して解答せよ。（なお３問すべてに解答した場合は，高得点の２問を合計得点に含める。）

〔Ⅳ′〕 所定の解答欄（裏面）に，(1)，(4)については答のみを，(2)，(3)については答と解答経過をともに記せ。

xy 平面上に点 A（２，２）と点 B（２，０）を直径の両端とする円 C がある。直線 $y = kx\ (k > 0)$ が円 C の接線であるとき，その接点を P とする。

(1) 原点を O とするとき，線分 OP の長さを求めよ。

(2) k の値を求めよ。

(3) 円 C の中心を Q としたとき，△BQP の外心の座標を求めよ。

(4) △BQP の外接円の方程式を求めよ。

（以上問題終）

◇M19(021—438)