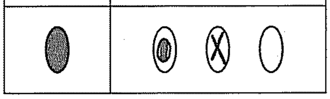
え

数　学　問　題

はじめに，これを読みなさい。

1. この問題用紙は９ページある。**ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含まない。**白紙は計算用紙として使用してよい。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークするか，または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は，鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
7. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 問題は〔Ⅰ〕～〔Ⅴ〕まで５問ある。〔Ⅰ〕，〔Ⅱ〕は必ず解答すること。〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕，〔Ⅴ〕はいずれか２問を選択して解答すること。
10. **解答用紙はすべて回収する。**持ち帰らず，必ず提出すること。ただし，この問題用紙は，必ず持ち帰ること。
11. 試験時間は60分である。
12. マーク記入例

良い例	悪　い　例



〔Ⅰ〕 (1)〜(5)において，Ⓐ，Ⓑ，Ⓒの値の大小関係を調べ，最大のものと最小のものを，それぞれ所定の解答欄(表面)にマークせよ。

(1) Ⓐ $2^{\frac{1}{2}}$ Ⓑ $\sqrt[3]{3}$ Ⓒ $5^{\frac{1}{4}}$

(2) 初項1，公比 $-\dfrac{1}{2}$ の等比数列の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，

Ⓐ S_{2n-1} Ⓑ S_{2n} Ⓒ S_{2n+1}

(3) $0° \leqq \theta \leqq 180°$ で，$\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{7}{5}$ のとき，

Ⓐ $\sin\theta\cos\theta$ Ⓑ $(\sin\theta - \cos\theta)^2$ Ⓒ $\sin^3\theta + \cos^3\theta$

(4) xy 平面上に点 $\mathrm{P}(m,\ m)$ がある。ただし，$m > 0$ とする。点Pと直線 $y = 2x$ に関して対称となる点を $\mathrm{Q}(a,\ b)$，$y = \dfrac{1}{2}x$ に関して対称となる点を $\mathrm{R}(c,\ d)$ としたとき，

Ⓐ a Ⓑ b Ⓒ $c + d$

(5) は問題不備により削除しました。

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅱ〕 所定の解答欄(表面)に，解答をマークせよ。

問題文中の $\boxed{ア}$ ， $\boxed{イ}$ などは解答が1ケタの自然数であることを，$\boxed{オカ}$ ， $\boxed{キク}$ などは解答が2ケタの自然数であることを表している。

なお，分数形で解答する場合，それ以上約分できない形で答えること。

(1) 連立不等式

$$\begin{cases} |4x+1| \leqq 2 \\ |10x+1| \geqq 5 \end{cases}$$

の解は，

$$-\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}} \leqq x \leqq -\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$$

である。

(2) 次の和を求めよ。

$$\sum_{k=0}^{8} \frac{1}{(k+1)(k+3)} = \frac{\boxed{オカ}}{\boxed{キク}}$$

(3) 次の値を求めよ。なお，必要であれば，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ として計算せよ。

- 6^{20} は $\boxed{ケコ}$ ケタの数である。
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{20}$ は，小数第 $\boxed{サ}$ 位に初めて0でない数字が現れる。

(4) xy 平面上で点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の x と y はともに整数であり，かつ $x^2+y^2 \leqq 25$ を満たす。このような点Pは $\boxed{シス}$ 個ある。また，原点をOとし，点 $\mathrm{Q}(5,\ 0)$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}} \geqq 5$ を満たす点Pは $\boxed{セソ}$ 個ある。

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお，3問すべてに解答した場合は，高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅲ〕 所定の解答欄(表面)に，(1)と(2)については答のみを，(3)と(4)については解答経過と答をともに記せ。

曲線 C_1：$y = -3x^2 + 4x - 4$ と曲線 C_2：$y = x^2$ がある。曲線 C_1 上の点Pと曲線 C_2 上の点Qでは，接線の傾きが同じである。線分PQの中点をMとし，点P，Qを移動させたときに点Mの軌跡が描く曲線を C_3 とする。このとき，次の問に答えよ。

(1) 点Pの x 座標が t のときの点Qの座標を書け。

(2) 点Pの x 座標が t のときの点Mの座標を書け。

(3) 曲線 C_3 の式を書け。

(4) 曲線 C_3 と x 軸で囲まれる領域の面積を求めよ。

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕，〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。（なお，3問すべてに解答した場合は，高得点の2問を合計得点に含める。）

〔Ⅳ〕 所定の解答欄（裏面）に，(1)〜(3) については答のみを，(4)と(5) については解答経過と答をともに記せ。

円 O に内接する四角形 ABCD があり，辺 $AB = 2$，$BC = 2$，$CD = \dfrac{16}{5}$，$DA = \dfrac{6}{5}$ である。$\angle BAD = \theta$ とするとき，次の問に答えよ。ただし，$0° < \theta < 180°$ とする。

(1) $\cos\theta$ を求めよ。

(2) 線分 BD の長さを求めよ。

(3) 円 O の半径 R の長さを求めよ。

(4) 線分 AC の長さを求めよ。

(5) 三角形 ABC の面積を求めよ。

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお,3問すべてに解答した場合は,高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅴ〕 所定の解答欄(裏面)に,(1)〜(3)については答のみを,(4)と(5)については解答経過と答をともに記せ。

個体数が増加する細菌がある。この細菌1個は1分後に,確率$\frac{1}{2}$で2個に,確率$\frac{1}{2}$で3個になる。すべての細菌がつねにこの確率に従って増加するとき,次の問に答えよ。

(1) 1個の細菌が,3分後の時点で8個となっている確率を求めよ。

(2) 8個の細菌が,1分後の時点で19個となっている確率を求めよ。

(3) 1個の細菌に関し,n分後(ただしnは自然数)の時点での個数について,最大値と最小値をそれぞれ求めよ。

(4) 1個の細菌が,2分後の時点で7個以上になっている確率を求めよ。

(5) 1個の細菌が,3分後の時点で20個になっている確率を求めよ。

(以上問題終)