

2020年度 明治大学
【情報コミュニケーション学部】



解答時間 60分
配点 100点

め

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. この問題用紙は9ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。白紙は計算用紙として使用してよい。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
7. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 問題は〔I〕～〔V〕まで5問ある。〔I〕, 〔II〕は必ず解答すること。〔III〕, 〔IV〕, 〔V〕はいずれか2問を選択して解答すること。
10. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題用紙は、必ず持ち帰ること。
11. 試験時間は60分である。
12. マーク記入例

良い例	悪い例
	

[I] (1)~(5)において, ㉠, ㉡, ㉢の値の大小関係を調べ, 最大のものと最小のものを, それぞれ所定の解答欄(表面)にマークせよ。

(1) ㉠ $2^{\frac{2}{3}}$ ㉡ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-0.5}$ ㉢ $\sqrt[3]{5}$

- (2) ㉠ $x^2 - 2x - 6$ を $x + 2$ で割ったときの余り
㉡ $2x^2 - 9x + 9$ を $x - 3$ で割ったときの余り
㉢ $3x^2 - 10x - 9$ を $x - 4$ で割ったときの余り

- (3) ㉠ 半径 3, 中心角 $\frac{\pi}{6}$ の扇形の面積
㉡ 半径 4, 中心角 15° の扇形の面積
㉢ 半径 5, 弧の長さ $\frac{9}{10}$ の扇形の面積

- (4) 有限集合 S の要素の個数を $n(S)$ で表す。たがいに要素の個数が異なる有限集合 A, B, C に対して,

$$\begin{aligned}n((A \cup B) \cap C) &> n(B) \\n((A \cup C) \cap B) &> n(A)\end{aligned}$$

であるとき,

㉠ $n(A)$ ㉡ $n(B)$ ㉢ $n(C)$

- (5) 2 の倍数でも 3 の倍数でもない正の整数を 1 から小さい順に並べた数列について,
㉠ 2021 が現れる項数
㉡ 第 200 項の値
㉢ 初項から第 20 項までの和

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅱ〕 所定の解答欄（表面）に、解答をマークせよ。

問題文中の , などは解答が1ケタの数であることを、

, などは解答が2ケタの数であることを表している。

(1) $x > 1, y > 1$ とする。連立方程式

$$\begin{cases} (\log_2 x)^2 + 3\log_2 x - 4\log_2 y = 4 \\ \log_2 x - 2\log_2 y = -8 \end{cases}$$

の解は、 $x =$, $y =$ である。

(2) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、方程式 $\sqrt{2}\sin\theta + \sqrt{6}\cos\theta = 2$ を満たす θ は、

$^\circ$ である。

(3) x の3次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ は、次の4つの条件を満たす。

- a, b, c, d はすべて整数である
- $y = f(x)$ のグラフは原点に対して対称である
- 常に $f'(x) > 0$ である
- $1 < f(1) < 3$ である

このとき、 $a =$, $b =$, $c =$, $d =$ である。

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕, 〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は, 高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅲ〕 所定の解答欄(表面)に, (1)~(3)のすべてについて, 解答経過と答をともに記せ。

$g(x) = (x-1)(x-t)$ とする。ただし, $0 < t < 1$ とする。

(1) $\int_0^t |g(x)|dx = \int_t^1 |g(x)|dx$ となる t の値を求めよ。

(2) $f(t) = \int_0^1 |g(x)|dx$ とするとき, $f(t)$ を t の整式として表せ。

(3) $f(t)$ が最小となる t の値を求めよ。

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

[Ⅲ], [Ⅳ], [Ⅴ] のうち 2 問を選択して解答せよ。(なお 3 問すべてに解答した場合は, 高得点の 2 問を合計得点に含める。)

[Ⅳ] 所定の解答欄(裏面)に, (1) については答のみを, (2) については解答経過と答を, (3) については証明を解答欄に記せ。

$\triangle ABC$ において, 辺 BC を $1:2$ に内分する点を D , $2:1$ に内分する点を E とし, 辺 CA 上に $AP=kAC$ となる点 P があるとする (ただし, $0 < k < 1$ である)。また, 線分 BP が線分 AD , AE と交わる点を, それぞれ Q , R とする。

(1) \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{AE} をそれぞれ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{AQ} = s\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AR} = t\overrightarrow{AE}$ とする。 s , t をそれぞれ k の式で表せ。

(3) $\overrightarrow{BQ} = u\overrightarrow{RP}$ とするとき $u > 1$ であることを示せ。

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕, 〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は、高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅴ〕 所定の解答欄(裏面)に、(1)については答のみを、(2)~(4)については解答経過と答をともに記せ。ただし、分数はそれ以上約分できない形とすること。

AとBの二人が12枚のカードを使って遊んでいる。12枚のうち6枚のカードには表側に黒文字で1から6までの数字が一つずつ、他の6枚のカードには表側に赤文字で1から6までの数字が一つずつ記されている。AとBには、12枚のカードの中から6枚を選ぶ方針として次の1~6が知らされている。

方針1: 赤文字のカードを6枚選ぶ 方針4: 数字が偶数のカードを6枚選ぶ
方針2: 黒文字のカードを6枚選ぶ 方針5: 数字が4以上のカードを6枚選ぶ
方針3: 数字が奇数のカードを6枚選ぶ 方針6: 数字が素数のカードを6枚選ぶ

この遊びでは、まずAが方針1~6の中から一つの方針を選び、それに従って6枚のカードを抜き出し、それらを裏返してBの前に並べる。この時点でBは、Aの選んだ方針も、並べられたカードの表側の内容もわからないものとする。そしてBは6枚のカードのうち、2枚のカードを選んで表にする。なお、Aの方針の選び方、およびBのめくる2枚のカードの選び方は、いずれも同様に確からしく行われるものとする。

- (1) 表にした2枚のカードが「黒文字2」, 「赤文字2」であったとき、Aが選んだ方針はどれか。方針の番号で答えよ。なお、複数考えられる場合はすべて示せ。
- (2) 表にしたカードが2枚とも黒文字である確率を求めよ。
- (3) 表にしたカードの数字が2枚とも偶数である確率を求めよ。
- (4) まずは1枚のみを表にしたら「黒文字4」であった。この状況下で、もう1枚を表にしたとき、赤文字のカードである確率を求めよ。

(以上問題終)





