2020年度　明治大学

【商　学　部】

解答時間　　60分

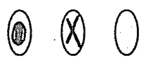
配点　　　　100点

り

数　　学　　問　　題

はじめに，これを読むこと。

1. この問題用紙は7ページまである。ただし，ページ番号のない**白紙**はページ数に含まない。
2. 問題は，1ページから3ページに書かれている。それ以外のページは，計算用紙として使用してよい。
3. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークするか，または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
6. 分数形で解答する場合は，それ以上約分できない形で答えなさい。また，根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
7. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
8. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
9. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
10. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
11. **解答用紙はすべて回収する**。持ち帰らず，必ず提出しなさい。ただし，この問題用紙は，必ず持ち帰りなさい。
12. 試験時間は60分である。
13. マーク記入例

良い例	悪　い　例
	

※　この問題用紙は，必ず持ち帰りなさい。

〔I〕 次の各問の $\boxed{}$ に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. 1から5までの番号が付いた5枚のカードを，引いたカードを戻さずに何回か引く。2回カードを引いたとき，1のカードが含まれる確率は，$\boxed{(1)}$ であり，3回カードを引いたとき，1のカードが含まれる確率は，$\boxed{(2)}$ である。

2. 実数 $a>0$ について，関数 $f(x)=2x^3-3(a-1)x^2-6ax$ が，極小値 -4 をとるとき，$a=\boxed{(3)}$ であり，曲線 $y=f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積は，$\boxed{(4)}$ である。

3. 自然数 $n \geqq 1$ について，a_k は，$\displaystyle\int_0^1 a_k x^k(1-x)\,dx = 1\,(1 \leqq k \leqq n)$ を満たすものとする。このとき，

$$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\frac{n}{3}\left(n^2+\boxed{(5)}\,n+\boxed{(6)}\right)$$

である。

A. 0	B. 1	C. 2	D. 3
E. 4	F. 5	G. 6	H. 7
I. 8	J. 9	K. 10	L. 11
M. $\frac{1}{2}$	N. $\frac{1}{3}$	O. $\frac{2}{3}$	P. $\frac{1}{4}$
Q. $\frac{3}{4}$	R. $\frac{1}{5}$	S. $\frac{2}{5}$	T. $\frac{3}{5}$
U. $\frac{4}{5}$	V. $\frac{1}{\sqrt{2}}$	W. $\frac{1}{\sqrt{3}}$	X. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
Y. $\frac{\sqrt{3}}{2}$	Z. $\frac{\sqrt{5}}{2}$		

〔Ⅱ〕 次のア～ホに当てはまる 0～9 の数字を解答欄にマークせよ。

$\triangle$ABC を，AB $= 6$, BC $= 5$, AC $= 7$ を満たす三角形とする。AB 上の点 P, BC 上の点 Q, AC 上の点 R を，PR を折り目にして $\triangle$ABC を折り曲げたとき，A と Q が一致するようにとる。$\angle$BAQ $= \theta$ とおく。

1. $$\cos\angle A = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}},\quad \sin\angle A = \frac{\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}},$$

$$\cos\angle B = \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}},\quad \sin\angle B = \frac{\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}}$$

2. $$\sin\angle AQB = \frac{\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}}{\boxed{ス}}\cos\theta + \frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}\sin\theta$$

3. $$AQ = \frac{\boxed{タチ}\sqrt{\boxed{ツ}}}{\boxed{テ}\sin(\angle B + \theta)}$$

4. AQ と PR の交点を S とする。$\angle$ASP $= \boxed{トナ}^\circ$ なので，AP と AQ の関係を考えれば，

$$2\sin(\angle B + \theta)\cos\theta = \sin(\angle B + 2\theta) + \frac{\boxed{ニ}\sqrt{\boxed{ヌ}}}{\boxed{ネ}} \text{ により，}$$

$$AP = \frac{\boxed{ノハ}\sqrt{\boxed{ヒ}}}{\boxed{フ}\sin(\angle B + 2\theta) + \boxed{ヘ}\sqrt{\boxed{ホ}}}$$

とかける。

〔Ⅲ〕 いくつかの 0 と 1 を並べたものを，01 列と呼ぶことにする。すなわち，$A=a_1a_2\cdots a_k$ が 01 列とは，$1 \leqq i \leqq k$ について，a_i は 0 または 1 であるものをいう。このとき，a_i を A の i 番目の成分と呼び，A を長さ k の 01 列と呼ぶことにする。さらに，$1 \leqq i \leqq k$ に対して，1 番目から i 番目までの成分の中で 0 であるものの個数を，$x_i(A)$ とし，1 であるものの個数を，$y_i(A)$ とする。便宜的に，空列 $A=\emptyset$ の場合も，長さ 0 の 01 列と呼ぶことにする。このとき，次の各問に答えよ。

1. 4 個の 0 と 4 個の 1 からなる 01 列の総数を求めよ。

2. 01 列に対して次の操作 (#) を考える。

(#) 01 列に対して，連続した 2 個の成分が 01 であれば，それを除いて長さの短い 01 列をつくる。複数の 01 の部分がある場合は，いずれを選んでも良い。
(例えば，011<u>01</u>001 の <u>01</u> の部分を除いて，0110001 を得る。)
得られた 01 列に対して，順次この操作を繰り返して，可能な限り 01 の部分を取り除いていく。
(例えば，011<u>01</u>001 → <u>01</u>10001 → 100<u>01</u> → 100)

(i) それぞれ 3 個の 0 と 1 からなる長さ 6 の 01 列 A で，すべての $i=1,2,\cdots,6$ について，$x_i(A) \geqq y_i(A)$ を満たすものの総数をもとめよ。

(ii) それぞれ n 個$(n \geqq 1)$ の 0 と 1 からなる長さ $2n$ の 01 列 A に対して，(#) を行い，最終的に長さ 0 の 01 列にたどり着くための必要十分条件は，すべての $1 \leqq i \leqq 2n$ について，$x_i(A) \geqq y_i(A)$ であることを示せ。

(iii) それぞれ 4 個の 0 と 1 からなる長さ 8 の 01 列で，(ii) の必要十分条件を満たすものの総数をもとめよ。

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)