2020年度　明治大学
【全学部統一】
解答時間　　60分
配点　　　100点

れ

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B　問題

はじめに，これを読みなさい。

1. この問題冊子は10ページある(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してもよい)。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークすること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
5. 1つの解答欄に2つ以上マークしないこと。
6. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
7. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. **解答用紙はすべて回収する**ので，持ち帰らず，**必ず提出する**こと。
10. 問題冊子は，必ず持ち帰ること。
11. 試験時間は，60分である。
12. 分数形で解答する場合は，既約分数で答えること。
13. 根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。
14. マーク記入例

良い例	悪い例
	

〔I〕 次の空欄中キからセに当てはまるものを解答群の中から選びその記号をマークせよ。それ以外の空欄には当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし，$\boxed{アイ}$，$\boxed{ウエ}$，$\boxed{オカ}$，$\boxed{ソタ}$ は2桁の数である。

(1) 1から11までの番号をつけた11枚のカードから3枚を取り出すとき，それらの番号の和が偶数になる確率は $\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$ で，それらの番号の積が偶数になる確率は $\dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{ウエ}}$ である。

(2) 3倍角の公式 $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ の両辺を2倍した式は

$$2\cos 3\theta = (2\cos\theta)^3 - 3\cdot 2\cos\theta$$

と書けるので，$2\cos 3\theta = 1$ のとき，$x = 2\cos\theta$ は，方程式 $x^3 - 3x - 1 = 0$ の1つの解である。これから，$x^3 - 3x - 1 = 0$ の異なる3つの実数解は，

$$x = 2\cos\boxed{キ},\quad 2\cos\boxed{ク},\quad 2\cos\boxed{ケ}$$

と記述できる。ただし，$0^\circ < \boxed{キ} < \boxed{ク} < \boxed{ケ} < 180^\circ$ とする。

キクケの解答群

⓪	15°	①	20°	②	30°	③	45°	④	60°
⑤	75°	⑥	80°	⑦	100°	⑧	120°	⑨	140°

（このページは計算や下書きに利用してもよい。）

(3)　x に関する次の不等式を解くと，$\boxed{\text{コ}} < x < \boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}} < x$ である。

$$\left\{(\log_4 x)^2 - 2\right\} \log_2 x^2 > (\log_2 x)^2$$

コサシの解答群

⓪	0	①	$\dfrac{1}{4}$	②	$\dfrac{1}{2}$	③	-1	④	1
⑤	-2	⑥	2	⑦	4	⑧	8	⑨	16

(4)　2つの空間ベクトル $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$，$\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ が以下の条件を満たしている。

$$\begin{cases} x_1 + y_1 + z_1 = 0 \\ x_1 = y_1 < z_1 \\ x_2 + y_2 + z_2 = 0 \\ x_2 < y_2 = z_2 \end{cases}$$

このとき，$x_1 : y_1 : z_1 = -1 : \boxed{\text{ス}} : \boxed{\text{セ}}$ であり，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角は $\boxed{\text{ソタ}}^\circ$ である。

スセの解答群

⓪	0	①	$-\dfrac{1}{4}$	②	$\dfrac{1}{4}$	③	$-\dfrac{1}{2}$	④	$\dfrac{1}{2}$
⑤	-1	⑥	1	⑦	-2	⑧	2	⑨	4

（このページは計算や下書きに利用してもよい。）

(5)　自然数 n に対して，$3x+4y<12n$，$x>0$，$y>0$ を満たす整数の組 (x, y) の個数は，n を用いて $\boxed{\text{チ}}\,n^2-\boxed{\text{ツ}}\,n+\boxed{\text{テ}}$ と表される。

（このページは計算や下書きに利用してもよい。）

〔Ⅱ〕 次の空欄中アからカに当てはまるものを解答群の中から選びその記号をマークせよ。それ以外の空欄には当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

a, b を正の実数とし，x の関数 $f(x)$, $g(x)$ を次のようにする。

$$f(x) = ax^2, \quad g(x) = -a(x-b)^2$$

(1) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式は次のように表される。

$$y = \boxed{\text{ア}}\,x - \boxed{\text{イ}}$$

(2) 曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ は異なる 2 本の共通接線をもつ。それらの方程式は次のように表される。

$$\ell_1 : \ y = \boxed{\text{ウ}}$$
$$\ell_2 : \ y = \boxed{\text{エ}}\,x - \boxed{\text{オ}}$$

また，$y = f(x)$ と ℓ_1 と ℓ_2 に囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{カ}}$ である。さらに $\boxed{\text{カ}} = 1$ であるとき，$(a+b)b$ の最小値は $\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ で，このとき $a^2 = \boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ である。

アイの解答群

⓪	0	①	1	②	$\frac{1}{2}a$	③	a	④	$\frac{1}{2}at$
⑤	at	⑥	$2at$	⑦	at^2	⑧	$2at^2$	⑨	$3at^2$

ウの解答群

⓪	0	①	-1	②	1	③	$-a$	④	a
⑤	$-b$	⑥	b	⑦	$-ab$	⑧	ab	⑨	$2ab$

エオカの解答群

⓪ ab　① $2ab$　② ab^2　③ $2ab^2$　④ $\frac{1}{9}a^2b^2$

⑤ $\frac{1}{6}a^2b^2$　⑥ $\frac{1}{4}a^2b^2$　⑦ $\frac{1}{12}ab^3$　⑧ $\frac{1}{4}ab^3$　⑨ $\frac{1}{3}ab^3$

〔Ⅲ〕 次の空欄中アからツに当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし，$\boxed{キク}$，$\boxed{コサ}$，$\boxed{シス}$，$\boxed{セソ}$，$\boxed{チツ}$ は 2 桁の数である。

三角形 ABC において，辺 AB，BC，CA をそれぞれ 1 : 3 の比で内分する点を D，E，F とする。また，線分 AE と CD の交点を P，線分 BF と AE の交点を Q，線分 CD と BF の交点を R とする。

(1) $\dfrac{\Delta\mathrm{APC}}{\Delta\mathrm{PBC}} = \dfrac{1}{\boxed{ア}}$ であり，$\dfrac{\Delta\mathrm{PBC}}{\Delta\mathrm{PEC}} = \dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ である。このことから，$\dfrac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PE}} = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ を得る。また，$\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DB}} = \dfrac{\mathrm{BE}}{\mathrm{EC}} = \dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{FA}}$ であることから，$\dfrac{\mathrm{BQ}}{\mathrm{QF}} = \dfrac{\mathrm{CR}}{\mathrm{RD}} = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である。

(2) $\dfrac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PE}} = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ であるので，$\overrightarrow{\mathrm{CP}} = \dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キク}}\overrightarrow{\mathrm{CA}} + \dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{キク}}\overrightarrow{\mathrm{CB}}$ であり，$\overrightarrow{\mathrm{CP}} = \dfrac{\boxed{コサ}}{\boxed{シス}}\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ となる。

(3) 以上より，$\dfrac{\Delta\mathrm{ADP}}{\Delta\mathrm{ABC}} = \dfrac{1}{\boxed{セソ}}$ であり，$\dfrac{\Delta\mathrm{PQR}}{\Delta\mathrm{ABC}} = \dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チツ}}$ である。

（このページは計算や下書きに利用してもよい。）