





国 語，数学Ⅲ・数学C 問題

はじめに，これを読みなさい。

1. 解答用紙には，あなたの受験番号が印刷されています。受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認し，氏名を記入しなさい。
2. 「国語」の問題は裏面から始まります。
3. この問題冊子は，「数学Ⅲ・数学C」については表面から8ページ，「国語」については裏面から20ページあります(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してかまいません)。必要な科目を選択して解答しなさい。
4. 解答用紙の「解答科目マーク欄」にマークし，「解答科目名記入欄」に解答する科目名を記入しなさい。マークされていない場合，又は複数の科目にマークされている場合は，0点となります。
5. 解答は，すべて解答用紙の解答欄にマークしなさい。
6. 1つの解答欄に2つ以上マークしてはいけません。
7. 解答は，必ず鉛筆又はシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
8. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないようにしなさい。
9. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしてはいけません。
10. 解答用紙は持ち帰らないで，必ず提出しなさい。
11. この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。
12. 試験時間は60分です。
13. (数学Ⅲ・数学C) 分数形で解答する場合は，既約分数で答えなさい。
14. (数学Ⅲ・数学C) 根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
15. マーク記入例

良い例	悪い例
	  

数学Ⅲ・数学C 問題

〔I〕 次の空欄に当てはまる0から9までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

- (1) 行列 A による移動で点 $(1, 1)$, $(2, -1)$ がそれぞれ $(1, -1)$, $(5, -8)$ に移るとき

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ア}} & - \boxed{\text{イ}} \\ - \boxed{\text{ウ}} & \boxed{\text{エ}} \end{pmatrix}$$

である。また、この移動で直線 $y = 4x + 3$ 上のすべての点は直線

$$\boxed{\text{オ}}x + \boxed{\text{カ}}y + \boxed{\text{キ}} = 0$$

上の点に移る。

- (2)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 5h + 6h^2)}{h} = \boxed{\text{ク}}$$

である。ただし、 \log は自然対数を表す。

(このページは計算用紙として使用してよい)



〔Ⅱ〕 次の空欄 , に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。それ以外の空欄には、当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

方程式 $\cos x = |\cos 2x|$ を満たす最小の正の数を a とおくと、 $a = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} \pi$

である。 $0 \leq x \leq a$ において $y = \cos x$ のグラフと $y = |\cos 2x|$ のグラフで囲まれた部分を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めたい。

そのために $\cos^2 x$ の不定積分を求めると

$$\int \cos^2 x \, dx = \frac{\text{ウ}}{2} + \frac{\text{エ}}{\text{オ}} + C$$

である。ただし、 C は積分定数である。したがって、

$$V = \frac{\text{カ}}{\text{クケ}} \sqrt{\text{キ}} \pi$$

である。

ウ、エの解答群

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| ① x | ④ $\sin x$ | ⑦ $\sin 2x$ |
| ② $\cos x$ | ⑤ $\sin^3 x$ | ⑧ $-\cos 2x$ |
| ③ $\cos^3 x$ | ⑥ $\cos 2x$ | ⑨ $-\sin 2x$ |

(このページは計算用紙として使用してよい)

〔Ⅲ〕 次の空欄 , , , , に当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。それ以外の空欄には、当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。ただし、 \log は自然対数である。

曲線 $C: y = x^2 \log x$ を考える。 $t > 1$ として、 C 上の点 $(t, t^2 \log t)$ における C の接線を l とする。

接線 l と x 軸との交点の x 座標を x_0 とおくと

$$x_0 = \frac{\text{ア} \left(\text{イ} \right)}{\text{ウ}}$$

である。

次に、接線 l と x 軸および直線 $x = t$ で囲まれた部分の面積を S とおくと

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{\text{エ}}{\text{ウ}}$$

である。

また、 $x \geq 1$ において C と x 軸および直線 $x = t$ で囲まれた部分の面積を T とおくと

$$T = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} - \frac{\text{キ} - \text{ク}}{\text{ケ}}$$

である。

したがって

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S}{T} = \frac{\text{コ}}{\text{サ}}$$

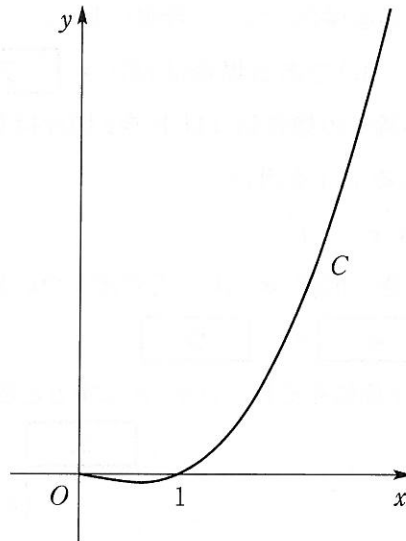
である。

イ、ウの解答群

- | | | | |
|----------------|------------------|------------------|------------------|
| ① $\log t$ | ④ $\log t - 1$ | ⑦ $\log t + 1$ | ⑩ $\log t - 2$ |
| ② $\log t + 2$ | ⑤ $2 \log t$ | ⑧ $2 \log t - 1$ | ⑪ $2 \log t + 1$ |
| ③ $3 \log t$ | ⑥ $3 \log t + 1$ | | |

ア、エ、オ、キの解答群

- | | | | |
|-------------------|-------------------|----------------|-----------------|
| ① t | ④ t^2 | ⑦ t^3 | ⑩ t^4 |
| ② $t \log t$ | ⑤ $t^2 \log t$ | ⑧ $t^3 \log t$ | ⑪ $t(\log t)^2$ |
| ③ $t^2(\log t)^2$ | ⑥ $t^3(\log t)^2$ | | |



[IV] 次の空欄に当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

座標平面上の二つの楕円

$$C_1: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1, \quad C_2: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{6} = 1$$

について次の問いに答えよ。

C_1 上の点 P における C_1 の接線 ℓ と C_2 の交点を Q, R とする。 Q と R を結ぶ線分の長さ QR の最大値, 最小値を求めたい。そのために, QR^2 について考察する。 C_1, C_2 は x 軸および y 軸に関して対称なので, P が C_1 上の $x \geq 0, y \leq 0$ を満たす部分にある場合について考察しよう。

P の座標が $(\sqrt{2}, 0)$ である場合は $QR^2 = \boxed{\text{ア}}$ である。それ以外の場合, P における接線 ℓ の傾きは 0 以上で y 切片は負であるから, ℓ の方程式は $s \geq 0, t > 0$ である s, t を用いて

$$y = \sqrt{s}x - \sqrt{t} \quad \dots\dots(*)$$

と表せる。このとき, 直線 $(*)$ が C_1 とただ一つの共有点を持つことから,

$$t = \boxed{\text{イ}}s + \boxed{\text{ウ}}$$

となる。 Q, R の x 座標をそれぞれ α, β とするとき,

$$QR^2 = (s+1)(\alpha - \beta)^2 = \frac{\boxed{\text{エ}}(s+1)\left(s + \boxed{\text{オ}}\right)}{\left(s + \boxed{\text{カ}}\right)^2}$$

である。

$f(s) = \frac{\boxed{\text{エ}}(s+1)(s+\boxed{\text{オ}})}{(s+\boxed{\text{カ}})^2}$ において増減表を作ると次のようになる。

s	0	...	s_1	...
$f'(s)$		+	0	-
$f(s)$	m_0	↗	m_1	↘

ここで $s_1 = \boxed{\text{キ}}$, $m_0 = \boxed{\text{クケ}}$, $m_1 = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。また、

$\lim_{s \rightarrow \infty} f(s) = \boxed{\text{ア}}$ である。

以上のことから、QR の最大値は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ $\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ であり、最小値は

$\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である。