

に

## 国語、数学Ⅲ・数学C 問題

はじめに、これを読みなさい。

1. 解答用紙には、あなたの受験番号が印刷されています。受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認し、氏名を記入しなさい。
2. 「国語」の問題は裏面から始まります。
3. この問題冊子は、「数学Ⅲ・数学C」については表面から11ページ、「国語」については裏面から18ページあります(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してかまいません)。必要な科目を選択して解答しなさい。
4. 解答用紙の「解答科目マーク欄」にマークし、「解答科目名記入欄」に解答する科目名を記入しなさい。マークされていない場合、又は複数の科目にマークされている場合は、0点となります。
5. 解答は、すべて解答用紙の解答欄にマークしなさい。
6. 1つの解答欄に2つ以上マークしてはいけません。
7. 解答は、必ず鉛筆又はシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
8. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しきずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 解答用紙は持ち帰らないで、必ず提出しなさい。
11. この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。
12. この試験時間は60分です。
13. (数学Ⅲ・数学C) 分数形で解答する場合は、既約分数で答えなさい。
14. (数学Ⅲ・数学C) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
15. マーク記入例

良い例	悪い例
●	○ × ○

## 数学III・数学C 問題

[ I ] 次の空欄 **ア** から **イ** に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。なお、一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。ただし、 $\log$  は自然対数、 $e$  はその底である。

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n}) = \boxed{\text{ア}}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{32^x - 1}{8^x - 1} = \boxed{\text{イ}}$$

### アの解答群

- Ⓐ  $-\infty$  Ⓑ  $-1$  Ⓒ  $0$  Ⓓ  $\frac{1}{4}$  Ⓔ  $\frac{1}{e}$   
Ⓕ  $\frac{1}{2}$  Ⓛ  $1$  Ⓜ  $2$  Ⓝ  $e$  Ⓞ  $\infty$

### イの解答群

- Ⓐ  $0$  Ⓑ  $\frac{1}{2}$  Ⓒ  $1$  Ⓓ  $2 \log 2$  Ⓔ  $\frac{5}{3}$   
Ⓕ  $e$  Ⓛ  $4$  Ⓜ  $\frac{31}{7}$  Ⓝ  $e^4$  Ⓞ  $\infty$

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)



(3) ある物質 P は時間とともに変化し、その量が減少する。時刻  $t$  における物質 P の量  $y(t)$  は、

$$y(t) = ae^{-kt} \quad (t \geq 0)$$

であるとする。ただし、 $a > 0$ ,  $k > 0$  は定数であり、 $a$  は時刻  $t = 0$  における物質 P の量である。物質 P の量が  $\frac{a}{2}$  となる時刻  $t_0$  は

$$t_0 = \boxed{\text{ウ}} \log \boxed{\text{エ}}$$

である。

ウ、エの解答群

- |                 |                 |                   |                 |                   |
|-----------------|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------|
| Ⓐ $k$           | Ⓑ $\frac{1}{k}$ | Ⓒ $a$             | Ⓓ $\frac{1}{a}$ | Ⓔ $2$             |
| Ⓕ $\frac{a}{2}$ | Ⓖ $k^2$         | Ⓗ $\frac{1}{k^2}$ | Ⓘ $a^2$         | Ⓛ $\frac{1}{a^2}$ |

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

[II] 次の空欄 **ア** から **オ** に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。なお、一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。ただし、 $e$  は自然対数の底である。必要ならば  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$  を用いてよい。

関数  $f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$  を考える。

- (1)  $f(x)$  は  $x = \boxed{\text{ア}}$  において最小値 **イ** をとる。
- (2)  $k$  を定数とする。 $x$  についての方程式  $f(x) = k$  が二つの実数解をもつとき、  
 $k = \boxed{\text{ウ}}$  である。
- (3) 曲線  $y = f(x)$  の変曲点の  $x$  座標は

$$\boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}}, \quad \boxed{\text{エ}} + \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

ア、イ、ウの解答群

- |      |                 |       |                   |                 |
|------|-----------------|-------|-------------------|-----------------|
| Ⓐ -3 | Ⓑ -1            | Ⓒ 0   | Ⓓ $\frac{4}{e^3}$ | Ⓔ $\frac{2}{e}$ |
| Ⓕ 1  | Ⓖ $\frac{4}{e}$ | Ⓗ $e$ | Ⓘ $2e$            | Ⓛ $4e^3$        |

エ、オの解答群

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

[III] 次の空欄 [ア] から [キ] に当てはまるものを解答群の中から選び、  
解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。なお、一つの解答群から同じものを二  
回以上選んでもよい。ただし、自然数とは 1 以上の整数のことである。

行列  $A, B, E$  を  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  とする。

$M_0 = E$  とし、さいころをふって偶数が出れば  $A$  を左からかけ、奇数が出れば  
 $B$  を左からかける操作を  $n$  回繰り返すことにより行列  $M_n$  を定める。つまり、

- $n$  回目に偶数が出たら  $M_n = AM_{n-1}$ ,
- $n$  回目に奇数が出たら  $M_n = BM_{n-1}$

と順々に  $M_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を定める。 $M_n = A$  となる確率を  $p_n$  とする。

- (1)  $p_1 =$  [ア] である。
- (2)  $A^a = E$  をみたす最小の自然数  $a$  は [イ] である。 $B^b = E$  をみたす最  
小の自然数  $b$  は [ウ] である。 $BA = AB^c$  をみたす最小の自然数  $c$  は  
[エ] である。
- (3)  $M_0, M_1, M_2, \dots$  の中で相異なる行列は最大 [オ] 個である。
- (4)  $n$  が偶数のときは  $p_n =$  [カ] であり、 $n$  が 3 以上の奇数のときは  
 $p_n =$  [キ] である。

ア, カ, キの解答群

- |                 |                 |                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Ⓐ 0             | Ⓑ $\frac{1}{8}$ | Ⓒ $\frac{1}{6}$ | Ⓓ $\frac{1}{4}$ | Ⓔ $\frac{1}{3}$ |
| Ⓕ $\frac{3}{8}$ | Ⓖ $\frac{1}{2}$ | Ⓗ $\frac{2}{3}$ | Ⓘ $\frac{3}{4}$ | Ⓛ 1             |

イ, ウ, エ, オの解答群

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)

[IV] 次の空欄 **ア** から **ク** に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。なお、一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。

放物線  $C_1 : y = \frac{x^2}{8} + 4$  と椭円  $C_2 : x^2 + \frac{y^2}{4} = 2$  を考える。

$C_1$  上の点  $(4a, 2a^2 + 4)$  での接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{ア}} x - \boxed{\text{イ}}$$

である。 $C_1$  上の点  $(4a, 2a^2 + 4)$  における接線が同時に  $C_2$  の接線でもあるような  $a$  の値は全部で 4 個ある。それらを小さい方から順に  $a_1, a_2, a_3, a_4$  とすれば、 $a_1 = \boxed{\text{ウ}}$ ,  $a_2 = \boxed{\text{エ}}$  である。 $C_2$  の囲む図形の面積は **オ** である。点  $(4a_1, 2a_1^2 + 4)$  における  $C_1$  の接線を  $y = f(x)$ , 点  $(4a_4, 2a_4^2 + 4)$  における  $C_1$  の接線を  $y = g(x)$  とする。このとき、 $y = g(x)$  と  $C_2$  の接点は  $(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}})$  である。6 つの不等式

$$y \geq f(x), y \geq g(x), x^2 + \frac{y^2}{4} \geq 2, y \leq \frac{x^2}{8} + 4,$$

$$4a_1 \leq x \leq 4a_4, \boxed{\text{キ}} \leq y$$

を同時にみたす領域の面積は **ク**  $- 3\pi$  である。

#### アの解答群

- |                  |                  |        |         |         |
|------------------|------------------|--------|---------|---------|
| Ⓐ $-\frac{a}{4}$ | Ⓑ $-\frac{a}{2}$ | Ⓒ $-a$ | Ⓓ $-2a$ | Ⓔ $-4a$ |
| Ⓕ $\frac{a}{4}$  | Ⓖ $\frac{a}{2}$  | Ⓗ $a$  | Ⓘ $2a$  | Ⓛ $4a$  |

#### イの解答群

- |                           |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| Ⓐ $2(a^2 - 2)$            | Ⓑ $(a^2 - 4)$             | Ⓒ $\frac{1}{2}(a^2 - 8)$  |
| Ⓓ $\frac{1}{4}(a^2 - 16)$ | Ⓔ $\frac{1}{8}(a^2 - 32)$ | Ⓕ $2(a^2 + 2)$            |
| Ⓖ $(a^2 + 4)$             | Ⓗ $\frac{1}{2}(a^2 + 8)$  | Ⓘ $\frac{1}{4}(a^2 + 16)$ |
| Ⓛ $\frac{1}{8}(a^2 + 32)$ |                           |                           |

ウ、エの解答群

- Ⓐ  $-2\sqrt{2}$  Ⓑ -2 Ⓒ  $-\sqrt{2}$  Ⓓ -1 Ⓔ  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$   
Ⓕ  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  Ⓑ 1 Ⓒ  $\sqrt{2}$  Ⓓ 2 Ⓔ  $2\sqrt{2}$

オの解答群

- Ⓐ  $\frac{\pi}{2}$  Ⓑ  $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$  Ⓒ  $\pi$  Ⓓ  $\sqrt{2}\pi$  Ⓔ  $2\pi$   
Ⓕ  $2\sqrt{2}\pi$  Ⓑ  $4\pi$  Ⓒ  $4\sqrt{2}\pi$  Ⓓ  $8\pi$  Ⓔ  $16\pi$

カ、キの解答群

- Ⓐ -4 Ⓑ -2 Ⓒ -1 Ⓓ  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  Ⓔ  $-\frac{1}{2}$   
Ⓕ  $\frac{1}{2}$  Ⓑ  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  Ⓒ 1 Ⓓ 2 Ⓔ 4

クの解答群

- Ⓐ  $\frac{62}{3}$  Ⓑ  $\frac{82}{3}$  Ⓒ  $\frac{92}{3}$  Ⓓ  $\frac{98}{3}$  Ⓔ  $\frac{100}{3}$   
Ⓕ  $\frac{104}{3}$  Ⓑ  $\frac{110}{3}$  Ⓒ  $\frac{116}{3}$  Ⓓ  $\frac{122}{3}$  Ⓔ  $\frac{128}{3}$

---

(このページは、計算や下書きに利用してもよい。)