ふ

国　語，数学Ⅲ・数学C　問題

はじめに，これを読みなさい。

1. 解答用紙には，あなたの受験番号が印刷されています。受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認し，氏名を記入しなさい。
2. 「国語」の問題は裏面から始まります。
3. この問題冊子は，「数学Ⅲ・数学C」については表面から10ページ，「国語」については裏面から18ページあります(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してかまいません)。必要な科目を選択して解答しなさい。
4. 解答用紙の「解答科目マーク欄」にマークし，「解答科目名記入欄」に解答する科目名を記入しなさい。マークされていない場合，又は複数の科目にマークされている場合は，0点となります。
5. 解答は，すべて解答用紙の解答欄にマークしなさい。
6. 1つの解答欄に2つ以上マークしてはいけません。
7. 解答は，必ず鉛筆又はシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
8. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 解答用紙は持ち帰らないで，必ず提出しなさい。
11. この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。
12. この試験時間は60分です。
13. (数学Ⅲ・数学C)　分数形で解答する場合は，既約分数で答えなさい。
14. (数学Ⅲ・数学C)　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
15. マーク記入例

良い例	悪い例
	

数学Ⅲ・数学C　問題

〔Ⅰ〕 次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び，解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。なお，一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。ただし log は自然対数，また e はその底である。

(1) 円柱 C の底面の半径を r，高さを h とする。C の体積が V であるとき C の表面積 S を r と V で表せば

$$S = 2\pi r^{\boxed{\text{ア}}} + 2Vr^{\boxed{\text{イ}}}$$

となる。したがって体積 V を一定にしたまま S を最小にするためには

$$r = \left(\frac{V}{\boxed{\text{ウ}}}\right)^{\frac{1}{3}}$$

とすればよい。このとき r と h の間には $r = \boxed{\text{エ}}\ h$ の関係がある。

アからエの解答群

Ⓐ $\frac{1}{2}$　Ⓑ 1　Ⓒ 2　Ⓓ 3　Ⓔ π

Ⓕ $-\frac{1}{2}$　Ⓖ -1　Ⓗ -2　Ⓘ -3　Ⓙ 2π

（このページは計算用紙として使用してよい）

(2) (a)

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\log(n+5)}{\log(n+2)} = \boxed{\text{オ}}$$

(b) 数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$をそれぞれ

$$a_n = (n+5)^{-2n+1},\ \ b_n = \frac{1}{n\log(n+2)}$$

で定める。このとき

$$\lim_{n \to \infty} (a_n)^{b_n} = \boxed{\text{カ}}$$

となる。

オ，カの解答群

Ⓐ -2	Ⓑ 0	Ⓒ 1	Ⓓ 2	Ⓔ $\frac{5}{2}$
Ⓕ $\log\frac{5}{2}$	Ⓖ e^{-2}	Ⓗ e^2	Ⓘ $e^{\frac{5}{2}}$	Ⓙ ∞

（このページは計算用紙として使用してよい）

〔Ⅱ〕 次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを解答群の中から選び，解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。なお，解答群から同じものを二回以上選んでもよい。

行列 M を $M=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ で定める。このとき

$$M=\sqrt{2}\begin{pmatrix} \cos\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\pi & -\sin\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\pi \\ \sin\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\pi & \cos\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\pi \end{pmatrix}$$

である。

次に $\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}=M^n\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とおき，点 $(a_n,\ b_n)$ を P_n で表す。このとき点 P_n と原点 O との距離は $\boxed{\text{ウ}}^{\frac{n}{2}}$ である。またベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}_n}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OP}_{n+2}}$ のなす角は $\theta=\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\pi$ である。ただし，$0\leqq\theta\leqq\pi$ とする。

3 点 P_n，P_{n+1}，P_{n+2} を頂点とする三角形の面積は $\boxed{\text{カ}}\times\boxed{\text{キ}}^{n-1}$ である。

ただし

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \cos(\alpha+\beta) & -\sin(\alpha+\beta) \\ \sin(\alpha+\beta) & \cos(\alpha+\beta) \end{pmatrix}$$

となることは使ってよい。

アからキの解答群

Ⓐ 0	Ⓑ 1	Ⓒ 2	Ⓓ 3	Ⓔ 4
Ⓕ 5	Ⓖ 6	Ⓗ 7	Ⓘ 8	Ⓙ 9

（このページは計算用紙として使用してよい）

〔Ⅲ〕 次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び，解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。なお，一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。

関数$f(t)$は$0<t<\frac{\pi}{2}$において微分可能で$f(t)>0$かつ$f'(t)>0$をみたすとする。また$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=2$とする。

媒介変数表示$\begin{cases} x=f(t)\cos t \\ y=f(t)\sin t \end{cases}$ $\left(0<t<\frac{\pi}{2}\right)$により定まる曲線を$C$とする。

C上の点$\mathrm{P}(f(t)\cos t,\ f(t)\sin t)$における接線と$x$軸との交点を$\mathrm{A}(a(t),\ 0)$とすれば

$$a(t)=\frac{(f(t))^2}{f'(t)\boxed{\text{ア}}+f(t)\boxed{\text{イ}}}$$

となる。Oを原点とするとき，すべてのtに対し$\mathrm{OP}=\mathrm{OA}$であればfは

$$f'(t)\boxed{\text{ア}}+f(t)\boxed{\text{ウ}}=0$$

をみたす。この式の両辺に$\cos t+1$をかけて整理すると

$$\frac{d}{dt}\left(f(t)\boxed{\text{エ}}\right)=0$$

となり，

$$f(t)=\boxed{\text{オ}}\boxed{\text{エ}}^{-1}$$

が得られる。

アからエの解答群

Ⓐ $\sin t$　Ⓑ $(-\sin t)$　Ⓒ $(\sin t-1)$　Ⓓ $(\sin t+1)$

Ⓔ $(1-\sin t)$　Ⓕ $\cos t$　Ⓖ $(-\cos t)$　Ⓗ $(\cos t-1)$

Ⓘ $(\cos t+1)$　Ⓙ $(1-\cos t)$

オの解答群

Ⓐ 0　Ⓑ 1　Ⓒ 2　Ⓓ 3　Ⓔ 4

Ⓕ 5　Ⓖ 6　Ⓗ 7　Ⓘ 8　Ⓙ 9

（このページは計算用紙として使用してよい）

〔Ⅳ〕 次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び，解答用紙の所定の欄の記号をマークせよ。なお，一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。ただし連続した空欄 $\boxed{\text{シス}}$ は2桁の数字をあらわす。

aを正の定数とする。2点A(0，a)，B(t，t^2)の間の距離を$L(t)$とする。$L(t)$は$a \leqq \dfrac{1}{2}$の場合は$t=$ $\boxed{\text{ア}}$ で最小値 $\boxed{\text{イ}}$ をとり，$a > \dfrac{1}{2}$の場合は$|t|=$ $\boxed{\text{ウ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

A(0，a)を中心とする半径1の円C_1と放物線C_2：$y=x^2$が2点で接しているとき$a=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$であり，接点の座標は

$$\left(\frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}},\ \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\right),\ \left(-\frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}},\ \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\right)$$

である。このとき，円C_1と放物線C_2で囲まれた図形(次ページの図の灰色の部分)をy軸のまわりに1回転して得られる回転体の体積は$\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}\pi$である。

ただし，2つの曲線が共有点Pをもち，Pにおける2つの曲線の接線が一致するとき，これら2つの曲線はPで接しているといい，Pを接点という。

アからエの解答群

Ⓐ 0 Ⓑ $\sqrt{a-\dfrac{1}{2}}$ Ⓒ $a-\dfrac{1}{2}$ Ⓓ $\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2$

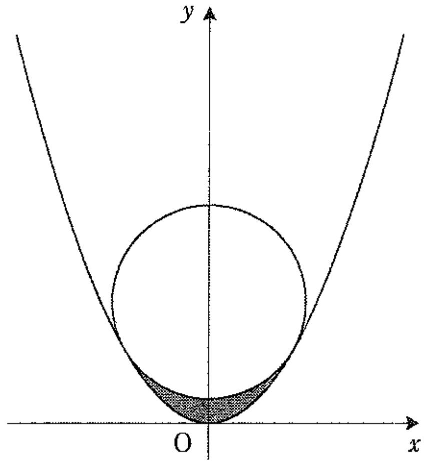
Ⓔ $\sqrt{a-\dfrac{1}{4}}$ Ⓕ $a-\dfrac{1}{4}$ Ⓖ $\left(a-\dfrac{1}{4}\right)^2$ Ⓗ $\sqrt{a}$

Ⓘ a Ⓙ a^2

オからスの解答群

Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3 Ⓔ 4

Ⓕ 5 Ⓖ 6 Ⓗ 7 Ⓘ 8 Ⓙ 9



（以下の余白は計算用紙として使用してよい）