

に

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B 問題

はじめに、これを読みなさい。

1. 解答用紙には、あなたの受験番号が印刷されています。受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認し、氏名を記入しなさい。
2. この問題冊子は全部で6ページあります(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してかまいません)。
3. 解答は、すべて解答用紙の解答欄にマークしなさい。
4. 1つの解答欄に2つ以上マークしてはいけません。
5. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
6. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しきずを残さないこと。
7. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
8. 解答用紙は持ち帰らないで、必ず提出しなさい。
9. この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。
10. この試験時間は60分です。
11. 分数形で解答する場合は、既約分数で答えなさい。
12. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
13. マークの記入例

良い例	悪い例
○	○ × ○

[I] 空欄 **タ**, **ト** に当てはまるものを解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。それ以外の空欄には、当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

- (1) 5 個の数字 0, 1, 2, 3, 4 を並べて 5 桁の整数を作る。小さい順にこれらの整数を並べたとき、57 番目の整数は **アイウエオ** である。また、偶数である整数は **カキ** 個あり、4 の倍数である整数は **クケ** 個ある。

- (2) 次の連立方程式

$$\begin{cases} \log_x y + 2 \log_y x = 3 \\ \log_x (y^2 + xy) = 2 \end{cases}$$

の解は $x = \frac{-\boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}, y = \frac{\boxed{\text{ス}} - \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ で
ある。

- (3) 自然数 1, 2, …, n の中から異なる二つの数を選んで積を作る。このような積全ての和を S_n とおく。ただし、 $S_1 = 0$ とする。 S_n と S_{n-1} の間には漸化式

$$S_n = S_{n-1} + n \cdot \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

が成り立つ。これを使って S_n を求めると

$$S_n = \frac{1}{\boxed{\text{ツテ}}} \cdot n(n+1)(\boxed{\text{ト}})$$

となる。

タの解答群

- | | | |
|----------------------|--------------|----------------------|
| ① n | ① n^2 | ② n^3 |
| ③ n^4 | ④ $n - 1$ | ⑤ $n + 1$ |
| ⑥ $n(n - 1)$ | ⑦ $n(n + 1)$ | ⑧ $n(n - 1)(2n - 1)$ |
| ⑨ $n(n + 1)(2n + 1)$ | | |

トの解答群

- | | | |
|-------------------|------------------|-------------------|
| ① $n^2 + n - 2$ | ① $n^2 + 2n - 3$ | ② $n^2 + 3n - 4$ |
| ③ $n^2 + 4n - 5$ | ④ $2n^2 - n - 1$ | ⑤ $2n^2 + n - 3$ |
| ⑥ $3n^2 - n - 2$ | ⑦ $3n^2 + n - 4$ | ⑧ $3n^2 - 2n - 1$ |
| ⑨ $3n^2 + 2n - 5$ | | |

[II] 空欄 **イ**, **ウ**, **エ** に当てはまるものを解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。それ以外の空欄には、当てはまる0から9までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。なお、一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。

$AB = AC = r$ である二等辺三角形 ABC がある。 $\angle BAC = \theta$ とおく。点 P は $\angle PBC = \angle PCA = 90^\circ$ を満たす。次の間に答えよ。

(1) $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AC} = \vec{c}$ とおく。このとき、

$$\vec{AP} = \frac{\boxed{\begin{array}{c} \text{ア} \\ \text{イ} \end{array}}}{\boxed{\begin{array}{c} \text{イ} \\ \text{ウ} \end{array}}} \vec{b} + \frac{\boxed{\begin{array}{c} \text{ウ} \\ \text{エ} \end{array}}}{\boxed{\begin{array}{c} \text{エ} \\ \text{カ} \end{array}}} \vec{c}$$

が成り立つ。

(2) $\triangle ABC = \triangle BCP$ であるのは $\cos \theta = \frac{\boxed{\begin{array}{c} \text{オ} \\ \text{カ} \end{array}}}{\boxed{\begin{array}{c} \text{キ} \\ \text{ク} \end{array}}}$ のときである。このとき、

$$\triangle ABC = \frac{\sqrt{\boxed{\begin{array}{c} \text{キ} \\ \text{ク} \end{array}}}}{\boxed{\begin{array}{c} \text{ケ} \\ \text{シ} \end{array}}} \cdot r^2 \text{ である。}$$

(3) $AB = BP$ であるのは $\cos \theta = \frac{\boxed{\begin{array}{c} \text{ケ} \\ \text{シ} \end{array}} - \sqrt{\boxed{\begin{array}{c} \text{コサ} \end{array}}}}{\boxed{\begin{array}{c} \text{コサ} \end{array}}}$ のときである。

イ, ウ, エの解答群

- | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|
| ① $\cos \theta$ | ② $\sin \theta$ | ③ $1 + \cos \theta$ | ④ $1 - \cos \theta$ |
| ⑤ $1 + \sin \theta$ | ⑥ $1 - \sin \theta$ | ⑦ $1 + \tan \theta$ | ⑧ $1 - \tan \theta$ |
| ⑨ $\cos \theta + \sin \theta$ | ⑩ $\cos \theta - \sin \theta$ | | |

(このページは計算用紙として使用しなさい。)

(III) 空欄 ア, イ, ウ, キ, ス,
 セ, ソに当てはまるものを解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。それ以外の空欄には、当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。なお、一つの解答群から同じものを二回以上選んでもよい。

t を正の実数とする。座標平面上の放物線 $C_1: y = x^2$ 上の点 $P(t, t^2)$ における C_1 の接線を ℓ_1 とする。Pにおいて ℓ_1 と直交する直線を ℓ_2 とし、Pにおいて ℓ_2 に接する放物線 $C_2: y = -x^2 + ax + b$ を考える。次の間に答えよ。

(1) C_1 と C_2 のもう一の交点 Q は (ア, イ) であり、線分 PQ の長さは (ウ) ^三 である。

(2) C_1 と C_2 によって囲まれる部分の面積 S は

$$\frac{\text{オ}}{\text{カ}} \cdot (\text{キ}) \text{ ク}$$

であり、S は $t = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$ のときに最小値 $\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$ を取る。

(3) C_2 の頂点 R は (ス, セ + ソ) であり、 $\triangle PQR$ の重心の軌跡は

$$y = \frac{\text{タ}}{\text{チ}} x^2 + \frac{\text{ツ}}{\text{テ}}$$

である。

ア, イ, ソの解答群

- ① $\frac{1}{t}$ ② $\frac{1}{2t}$ ③ $-\frac{1}{2t}$ ④ $\frac{1}{4t}$
⑤ $-\frac{1}{4t}$ ⑥ $\frac{1}{t^2}$ ⑦ $-\frac{1}{t^2}$ ⑧ $\frac{1}{4t^2}$ ⑨ $\frac{1}{16t^2}$

ウ, キ, ス, セの解答群

- ① t ② $\frac{t}{2}$ ③ t^2 ④ $\frac{t^2}{2}$
⑤ $t + \frac{1}{t}$ ⑥ $t - \frac{1}{t}$ ⑦ $t + \frac{1}{2t}$ ⑧ $t - \frac{1}{2t}$
⑨ $t + \frac{1}{4t}$