2013 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

（試験時間　13：25～14：25　60 分）

1．この問題は，入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ，解答してください。

2．解答用紙は，記述解答用紙のみです。

3．解答は，必ず解答欄に記入してください。なお，解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。

4．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。

5．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入してください。

121－SQ－M

I　次の各問いに答えよ。答は結果のみ解答欄に記入せよ。(30 点)

(1)　a を正の定数とする。x についての不等式

$$|3x-2| \leqq a$$

を解け。

(2)　a, b を定数とする。2 次関数

$$y = x^2 - 2(a+2)x + b$$

のグラフの頂点は，a, b が変化するとき，直線 $y=-2x$ 上を動くという。このとき，b を a で表せ。

(3)　$\triangle$ABC において，AB $=4$，BC $=5$，CA $=2$ である。このとき，$\cos B$ の値を求めよ。

(4)　1 回矢を射たとき的に当たる確率が 0.1 の人がいる。この人が 5 回射たとき，「少なくとも 1 回的に当たる」という確率を求めよ。ただし，答えは小数第 3 位を四捨五入した小数で表せ。

(5)　$y=10^{3-2x}$ とするとき，$\log_{10} y$ を x で表せ。

(6)　3 次関数 $y=2x^3-3x^2-12x$ の極大値と極小値を求めよ。

(設問は次ページに続く。)

II　座標平面上に2つのベクトル $\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ がある。点Pは原点Oを出発点とし，サイコロを1回振るごとに次の規則にしたがって移動していく。

- 出た目の数が1か2ならば，Pはベクトル $\vec{a}$ に沿って1だけ進む。
- 出た目の数が3か4ならば，Pはベクトル $\vec{b}$ に沿って1だけ進む。
- 出た目の数が5か6ならば，Pはベクトル $\vec{a}+\vec{b}$ に沿って1だけ進む。

このとき，以下の問いに答えよ。(35点)

(1)　m,n を自然数とするとき，$m\vec{a}+n\vec{b}$ の大きさ $|m\vec{a}+n\vec{b}|$ を求めよ。

(2)　サイコロを3回振ったとき，点PがA$(1,\sqrt{3})$ に到達する確率を求めよ。

(3)　サイコロを3回振ったとき，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ の大きさ $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$ の期待値を求めよ。

（設問は次ページに続く。）

III　座標空間内に 4 点 $A(4,-1,5)$, $B(0,3,5)$, $C(4,3,1)$, $P(t,t-1,t+1)$ がある。ただし，t は定数とする。このとき，以下の問いに答えよ。(35 点)

(1)　$\triangle ABC$ が正三角形であることを証明せよ。

(2)　$\triangle ABC$ の重心 G の座標を求めよ。

(3)　$\overrightarrow{GP}$ は $\overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{GB}$, $\overrightarrow{GC}$ と垂直であることを示せ。

(4)　3 点 A, B, C を通る半径 12 の球面の方程式を求めよ。

(以下計算用紙)