

2015 年度 入学 試験 問題

数 学

(試験時間 16:35~17:35 60分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I 次の各問いに答えよ。答は結果のみ解答欄に記入せよ。(36点)

(1) $x = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$ のとき、 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ の値を求めよ。ただし、分母は有理化して答えよ。

(2) 初項から第3項までの和が -63 、初項から第6項までの和が -4095 である等比数列の初項と公比を求めよ。

(3) 5個の数字 0, 1, 2, 3, 4 を1回ずつ使って5桁の数を作る。このとき、31402 は小さい方から数えて何番目の数か。

(4) 次の方程式を解け。

$$2\log_2 x = \log_2(x + 4) + 1$$

(5) 直線 $y = 3x + a$ は曲線 $y = x^3$ に点 A で接する。ただし、 $a > 0$ とする。原点を O とし、直線と曲線の接点以外の共有点を B とするとき、 $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

(6) 定積分 $\int_{-1}^2 |x - 1| dx$ の値を求めよ。

II ある鉄道会社では平成 26 年 3 月まで、最低運賃 130 円から 1000 円まで 10 円きざみで運賃が設定されていた。この年 4 月からの消費税率の引き上げに伴い、次のように運賃を改定することにした。

① IC カードを利用する場合

改定前の運賃に $108/105$ を乗じ、1 円未満の端数を切り捨て、1 円単位にした額を新運賃とする。

② 券売機等で発売する切符を利用する場合

改定前の運賃に $108/105$ を乗じ、10 円未満の端数を切り上げ、10 円単位とした額を新運賃とする。

以下の問いに答えよ。(30 点)

- (1) 切符を利用する場合、20 円の値上げとなるような改定前運賃の範囲を求めよ。
- (2) 運賃改定後、IC カードを利用した場合と、切符を利用した場合で運賃の差が最大となるような改定前運賃をすべて求めよ。
- (3) 切符を利用する場合の規則を、10 円未満の端数を切り上げるのではなく、四捨五入する計算方法に変えたとする。このとき、値上げにならない運賃の範囲を求めよ。

III 平行四辺形 ABCD において、辺 BC を $m:(1-m)$ に内分する点を P、辺 CD を $n:(1-n)$ に内分する点を Q とする。ただし、 $0 < m < 1$ 、 $0 < n < 1$ である。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ とするとき、以下の問いに答えよ。(34 点)

(1) \overrightarrow{AP} 、 \overrightarrow{AQ} をそれぞれ \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。

(2) \overrightarrow{PQ} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。

(3) 線分 PQ と対角線 AC の交点を R とするとき、 \overrightarrow{AR} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。