2018 年 度 入 学 試 験 問 題

理　　科

（試験時間　10：30～12：10　100 分）

1．解答用紙は，記述解答用紙（「物理」・「化学」・「生物」の３種類）のみです。

2．問題は，Ⅰ～Ⅸ（「物理」：Ⅰ～Ⅲ，「化学」：Ⅳ～Ⅵ，「生物」：Ⅶ～Ⅸ）の９題あります。そのうち３題を選択して解答してください。「生物」は精密機械工学科，電気電子情報通信工学科，応用化学科，経営システム工学科，情報工学科，生命科学科，人間総合理工学科受験者のみ選択解答できます。数学科，物理学科，都市環境学科受験者は，「生物」を選択解答できません。選択した問題には解答用紙の設問番号の右側の選択欄に○を記入してください。○の記入がない場合や４題以上○を記入した場合は，採点の対象となりません。

なお，「生物」を選択解答できる学科とできない学科を併願した場合，後者の学科においては，「生物」の解答はすべて無効です。

（記入例）

Ⅰ	選　択	○

3．解答は，必ず解答欄に記入してください。解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。

4．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。

5．解答用紙には，「物理」・「化学」・「生物」すべてに受験番号と氏名を必ず記入してください。（「物理」，「化学」，「生物」のいずれかについて１題も選択していない場合でも受験番号，氏名は必ずすべての解答用紙に記入してください。試験終了後，「物理」・「化学」・「生物」すべての解答用紙を回収します。）

（設問は次ページより始まる）

I　次の問題の答えを導出の過程も含めて，解答用紙の所定の場所に書きなさい。

(50 点)

将来，人類が無重力の宇宙空間で暮らす日が来るかもしれない。そこで，遠心力を重力の代わりに「人工重力」として利用することを考えてみる。たとえば，図 1 のように巨大な円筒を無重力空間に浮かべて回転させた居住空間（スペースコロニー）を想像してみよう。円筒の内側の側面（これを「地面」とよぶことにする）にいて，円筒と一緒に回転している人は遠心力を重力のように感じるだろう。以下では話を簡単にするため，図 1 の奥行き方向は無視し，スペースコロニーは常に大きさ ω[rad/s] の一定の角速度で回転している半径 R[m]の円と考えて，問いに答えなさい。また，スペースコロニーの「地面」とともに回転している観測者を「回転している観測者」とよび，スペースコロニーの中心にいて，自らは回転していない観測者を「静止している観測者」とよぶことにする。以下では $\sqrt{3} \fallingdotseq 1.73$, $\pi \fallingdotseq 3.14$ という近似値を用いてもよい。必要なら $1\,\mathrm{rad} \fallingdotseq 57°$ の関係も用いなさい。

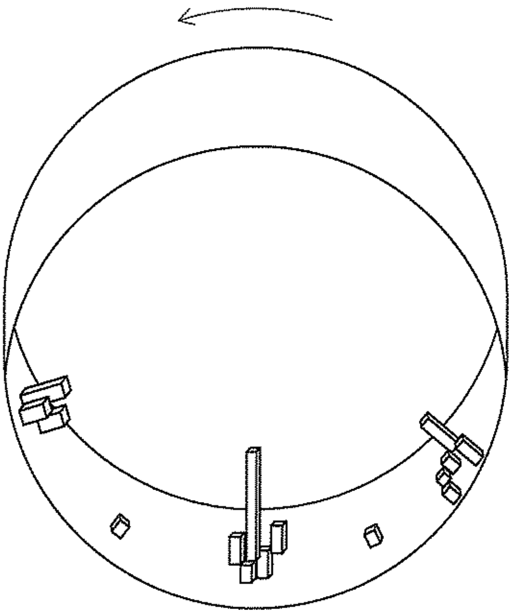

図 1

問い

1．スペースコロニーが回転する角速度と人工重力の関係について考えてみよう。

(a)「地面」での遠心力による加速度の大きさが地球上の重力加速度の大きさ g[m/s^2]と等しい場合の角速度 ω[rad/s]を R, g を用いて表しなさい。

(b) スペースコロニーの半径が 2.0×10^3 m の場合,「地面」での遠心力による加速度が 9.8 m/s^2 になるようにするために必要な角速度の値を rad/s 単位で表しなさい。ただし，有効数字は2桁とする。

2．スペースコロニーの「地面」には，円周を一周する鉄道が敷かれている。A さんは，列車に乗ると人工重力（遠心力）が変化するように感じた。A さんが「地面」に対して静止しているときに感じる人工重力の大きさを W[N]として，以下の問いに答えなさい。

(a) A さんが,「地面」に対して速度 u[m/s]（スペースコロニーの回転の向きを速度の正の向きとする）で走っている列車に乗っているときに感じる人工重力の大きさ W'[N]を W, R, ω, u を用いて表しなさい。

(b) W' が最小になる場合の u を求めなさい。

3．地球上では重力の向きを下向きとよぶので，スペースコロニーでは遠心力の向きを「下向き」とよぶことにする。いま，スペースコロニーの「地面」から円の中心に向かって伸びた高さ $\dfrac{R}{2}$[m]のビルの屋上に A さんがいて，ビルの足元の「地面」に B さんがいるとする。A さんが持っていたボールをそっと手放すと，ボールは「真下」にいる B さんの場所には「落下」しないことがわかった。その理由について考えてみよう。図2は回転している観測者から眺めた図であり，点 O は円の中心，点 A および点 B はそれぞれ A さんおよび B さんの場所を表す。A さんがボールを手放した時刻を $t=0$[s]として，以下の問いに答えなさい。

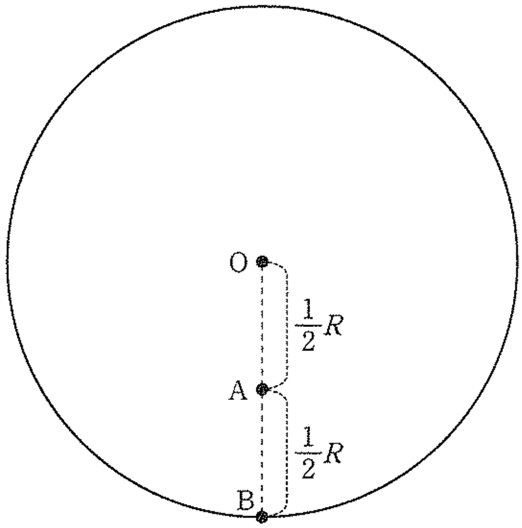

図2

(a) 静止している観測者からは，時刻 $t<0$ ではボールは等速円運動しているように見え，時刻 $t>0$ では力がはたらいていない物体の運動のように見える。これを手がかりにして，ボールが「地面」に達する時刻 T[s]を ω[rad/s]を用いて表しなさい。

(b) 時刻 $t=0$[s]から時刻 $t=T$[s]までの間にスペースコロニーが回転した角度を，ラジアン単位と度単位でそれぞれ答えなさい。ただし，有効数字はそれぞれ2桁とする。

(c) 静止している観測者から見た，時刻 $t=0,\ 0.25T,\ 0.5T,\ 0.75T,\ T$ におけるボールの位置をそれぞれP，P1，P2，P3，P4，時刻 $t=0,\ 0.25T,\ 0.5T,\ 0.75T,\ T$ におけるBさんの位置をそれぞれQ，Q1，Q2，Q3，Q4とする。P1，P2，P3，P4を黒丸印で，Q1，Q2，Q3，Q4を白丸印で解答用紙の図アにプロットしなさい。なお，図アにはPおよびQがすでに描かれている。また，解答用紙の図アの放射状の線は10°おきに引いてある。

(d) 回転している観測者からは，AさんとBさんは静止しているように見える。(c)の答えをもとにして，回転している観測者から見た時刻 $t=0,\ 0.25T,\ 0.5T,\ 0.75T,\ T$ におけるボールの位置を解答用紙の図イにプロットしなさい。なお，解答用紙の図イの放射状の線は10°おきに引いてある。

（計算用紙）

（設問は次のページにつづく）

Ⅱ 次の問題の答えを導出の過程も含めて，解答用紙の所定の場所に書きなさい。

(50 点)

必要ならば，$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$，$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ を用いなさい。

はじめに，電源のする仕事を考えよう。図1のように，電源は，微小時間 Δt[s]

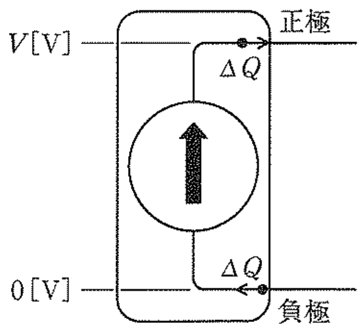

図1

の間に，微小電荷 ΔQ[C]を電位 0[V]の負極から取り込み，電位 V[V]の正極から外部回路に供給している。このとき，電源は微小電荷 ΔQ[C]を電位 0[V]から電位 V[V]まで運ぶときに，$\Delta W = V\Delta Q$[J]の仕事をしている。この仕事は，外部回路に供給される。

問い

1．コンデンサーを充電するときに，電源のする仕事 W[J]を考えよう。図2のように，電気容量 C[F]のコンデンサーに，定電流電源とスイッチSを接続する。定電流電源は，常に一定の電流を出力する電源で，出力電圧は自動的に制御される。回路の導線の抵抗は無視できるとする。はじめ0だったコンデンサーの極板の電気量が，Q_0[C]になるまでスイッチSを閉じておく。充電するにつれてコンデンサーの極板の電位差 V[V]は増加する。一定の微小時間 Δt の間に一定の微小電荷 ΔQ ずつ充電したとすると，コンデンサーの極板の電位差 V と電気量 Q の関係は，図3

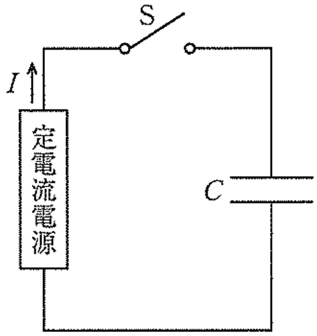

図2

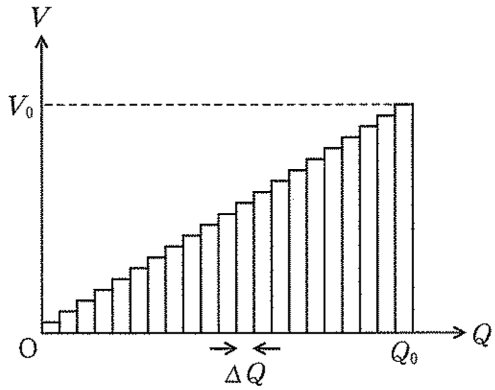

図3

のグラフのようになる。ただし，図3のΔQは見やすくするために大きく描いてある。微小時間Δtの間の仕事の総和が全仕事である。電源のした仕事は，コンデンサーにエネルギーU_Cとして蓄えられている。極板の電気量がQ_0のとき，その電位差はV_0であった。極板の電気量を0からQ_0にする間に電源のした仕事Wを求めなさい。

2．つぎに，図4のように自己インダクタンスL[H]のコイルに可変電流電源を接続

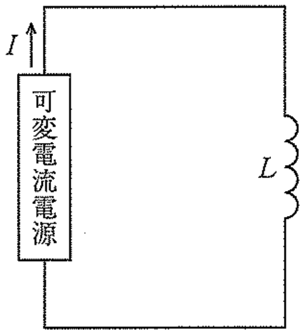

図4

して，電流を流すときに電源のする仕事を考えよう。可変電流電源は，出力する電流値を調節できる定電流電源で，出力電圧は自動的に制御される。回路の導線およびコイルの抵抗は無視できるとする。一定の電流増加率$\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$[A/s]で，電流$I$を

0[A]からI_0[A]まで増加するように電源のつまみを回す。このとき，コイルの両端には，大きさが$L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$の誘導起電力$V_L$[V]が発生している。微小時間$\Delta t$の間に電源が供給する電荷を$\Delta Q$とすると，微小時間$\Delta t$の間に電源のする仕事は，$\Delta W = V_L \Delta Q$である。問1と同様に，$\Delta W$の総和が全仕事である。電源のした仕事は，コイルにエネルギーU_Lとして蓄えられている。

(a)　ΔQを電流Iを用いて表しなさい。(導出過程は不要)

(b)　電流を0からI_0まで増加させる間に電源のした仕事Wを求めなさい。

3．ここで，図5のように電気容量Cのコンデンサーと自己インダクタンスLのコイルを組み合わせた回路を考える。回路の導線およびコイルの抵抗は無視できるとする。はじめ，コンデンサーの極板には$\pm Q_0$の電荷が蓄えられていた。スイッチS

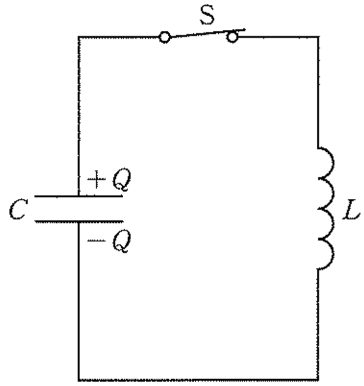

図5

を閉じると，極板の電荷はコイルを通って流れ出し，その後交互に向きが変わる振動電流Iが観測された。時刻tにおける極板の電荷Qは，

$$Q = Q_0 \cos \omega t \qquad (ア)$$

と表された。ω[rad/s]は振動的変化の速さを表し，角周波数または角振動数とよばれる。極板から流れ出す電流Iを正とするとき，極板の電荷量Qの変化分ΔQは負であるから，

$$I = -Q_0 \frac{\cos\omega(t + \Delta t) - \cos\omega t}{\Delta t} \qquad (イ)$$

である。θが十分小さいとき，$\cos\theta \fallingdotseq 1$，$\sin\theta \fallingdotseq \theta$であることを用いると，

$$I \fallingdotseq \omega Q_0 \sin\omega t \qquad (ウ)$$

となる。

時間的に変動する電流Iがコイルに流れるとき，コイルの両端には電流の変化を妨げる向きに，大きさが$L\frac{\Delta I}{\Delta t}$の誘導起電力$V_L$が発生する。すなわち，

$$V_L = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} = -L\omega Q_0 \frac{\sin\omega(t + \Delta t) - \sin\omega t}{\Delta t} \qquad (エ)$$

である。

(a) $V_L \fallingdotseq -L\omega^2 Q_0 \cos\omega t$となることを示しなさい。

(b) キルヒホッフの第2法則を用いて，ωの式を求めなさい。

(c) コンデンサーに蓄えられているエネルギーU_Cの時間依存性のグラフを，所定の場所に描きなさい。ただし，縦軸の目盛の値は記入しないでよい。

(d) コイルに蓄えられているエネルギーU_Lの時間依存性のグラフを，所定の場所に描きなさい。ただし，縦軸の目盛の値は記入しないでよい。

（計算用紙）

（計算用紙）

（設問は次のページにつづく）

III　次の問題の答えを導出の過程も含めて，解答用紙の所定の場所に書きなさい。

(50 点)

図1のように，なめらかに動くピストンにばね定数 k[N/m]のばねを取り付けたシリンダーを組み立てた。シリンダーの断面積を S[m^2]とする。シリンダーとピストンは熱を通さないものとする。このシリンダー内には1[mol]の単原子分子の理想気体が入っており，シリンダー内のヒーターで加熱できる。気体定数を R[J/(mol・K)]，外気圧を P_0[N/m^2]とする。最初の状態では，ばねは自然長であり，図1のシリンダーの左の壁からピストンまでの距離は L[m]であった。ヒーターの体積は無視する。

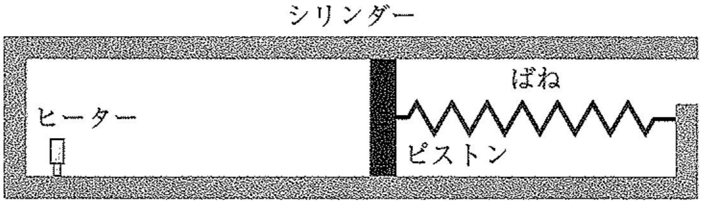

図1

問い

1．熱をきわめてゆっくり加えると，内部の気体が膨張してばねが縮んだ。このときのシリンダー内部の圧力 P[N/m^2]とばねの縮んだ長さ x[m]の関係を解答用紙のグラフに描きなさい。この問いに限っては，グラフを描くにあたって，大気圧 P_0 は 1.0×10^5[N/m^2]，ばね定数 k は 3.0×10^3[N/m]，シリンダーの断面積 S は 3.0×10^{-2}[m^2]とする。

2．シリンダーと気体を最初の状態に戻し，熱をきわめてゆっくりと加えて，ばねが y[m]縮むまで内部の気体を膨張させた。この気体が膨張する過程でシリンダー内部の理想気体がした力学的仕事 W[J]を P_0, S, y, k を用いて表しなさい。

3．問2の過程におけるシリンダー内の理想気体の内部エネルギーの変化 ΔU[J]を P_0, L, S, y, k を用いて表しなさい。

4．問2の過程において加えた熱量 ΔQ[J]を P_0, L, S, y, k を用いて表しなさい。

5．問２の過程における温度変化ΔT[K]をP_0, L, S, y, k, Rを用いて表しなさい。

6．$\dfrac{\Delta Q}{\Delta T}$で，$y$を０に限りなく近づけたものを$C_k$とする。$C_k$を$P_0$, L, S, k, Rを用いて表しなさい。

7．C_kのkを０に限りなく近づけると，C_kはどのような値に近づくか。その値とその意味を答えなさい。

8．C_kのkを非常に大きくしていくと，C_kはどのような値に近づくか。その値とその意味を答えなさい。

(計算用紙)

(計算用紙)

(設問は次のページにつづく)